

Lugar Geométrico de las Raíces

Enunciados

1. Encontrar los ángulos de las asintotas, y la intersección de las asintotas del lugar geométrico de las raíces de las siguientes ecuaciones cuando K varía de $-\infty$ a ∞ .

a) $s^4 + 4s^3 + 4s^2 + (k+8)s + k = 0$

b) $s^3 + 5s^2 + (k+1)s + k = 0$

c) $s^2 + k[s^3 + 3s^2 + 2s + 8] = 0$

d) $s^3 + 2s^2 + 3s + k(s^2 - 1)(s + 3) = 0$

e) $s^5 + 2s^4 + 3s^3 + k(s^2 + 3s + 5) = 0$

f) $s^4 + 2s^2 + 10 + k(s + 5) = 0$

2. Para la siguiente función de transferencia de lazo, encuentre el ángulo de salida o llegada del lugar geométrico de las raíces en los polos y ceros conjugados designados:

a) $G(s)H(s) = \frac{Ks}{(s+1)(s^2+1)}$

Angulo de llegada ($K < 0$) y ángulo de salida ($K > 0$) en $s = j$.

b) $G(s)H(s) = \frac{Ks}{(s-1)(s^2+1)}$

Angulo de llegada ($K < 0$) y ángulo de salida ($K > 0$) en $s = j$.

c) $G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s^2+2s+2)}$

Angulo de salida ($K > 0$) en $s = -1 + j$.

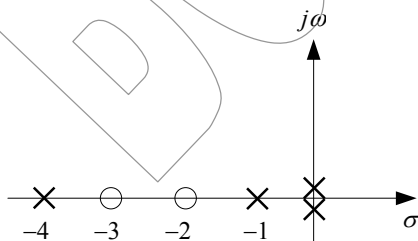
d) $G(s)H(s) = \frac{K}{s^2(s^2+2s+2)}$

Angulo de salida ($K < 0$) en $s = -1 + j$.

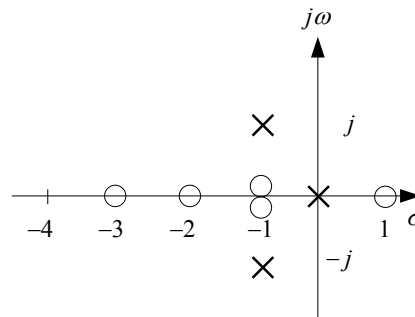
e) $G(s)H(s) = \frac{K(s^2+2s+2)}{s^2(s+2)(s+3)}$

Angulo de llegada ($K < 0$) en $s = -1 + j$.

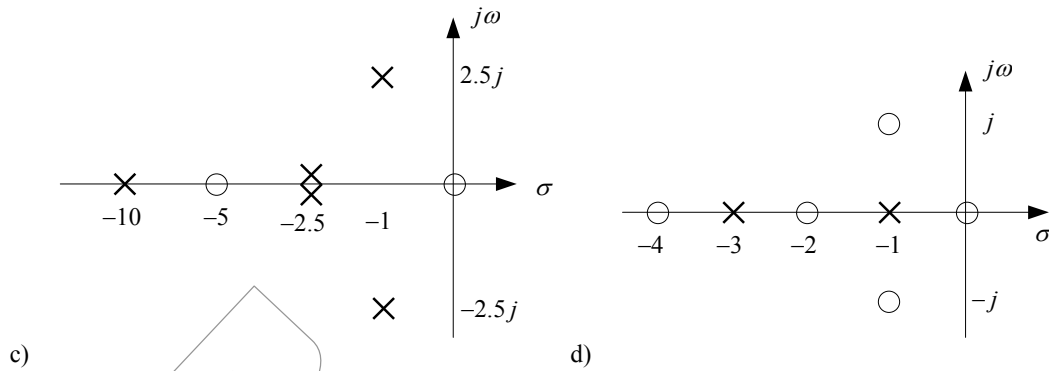
3. Encuentre los puntos de ruptura del lugar geométrico de las raíces del sistema descrito en la configuración de polos y ceros mostrada en la Figura siguiente.



a)



b)



4. La ecuación característica de sistemas de control lineal se da a continuación. Construir el lugar geométrico de las raíces para $K \geq 0$.

- $s^3 + 3s^2 + (k+2)s + 5k = 0$
- $s^3 + s^2 + (k+2)s + 3k = 0$
- $s^3 + 5s^2 + 10 = 0$
- $s^4 + (k+3)s^3 + (k+1)s^2 + (2k+5)s + 10 = 0$

5. La función de transferencia de la trayectoria directa para sistemas de control con realimentación unitaria se da a continuación;

- $G(s) = \frac{K(s+4)}{(s+5)(s^2+4s+4)s(s+6)}$
- $G(s) = \frac{K(s^2+2s+10)}{s(s+5)(s+10)}$
- $G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+5)(s+10)}$
- $G(s) = \frac{K(s^2+4)}{(s+2)^2(s+5)(s+6)}$

Construya el diagrama del lugar geométrico de las raíces, para $K \geq 0$ y encuentre los valores de K que hacen que el factor de amortiguamiento relativo del sistema de lazo cerrado (medido mediante las raíces complejas dominantes de la ecuación características sea igual a 0.707, si la solución existe.

6. La función de transferencia de la trayectoria directa en sistemas de control con realimentación unitaria es:

$$G(s) = \frac{K}{(s+4)^n}$$

Construir el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica del sistema en lazo cerrado para $K \geq \infty$, con (6.1) $n = 1$, (6.2) $n = 2$, (6.3) $n = 3$, (6.4) $n = 4$ y (6.4) $n = 5$.

7. El diagrama de bloque de un sistema de control realimentado mediante un tacómetro se muestra en la siguiente figura.

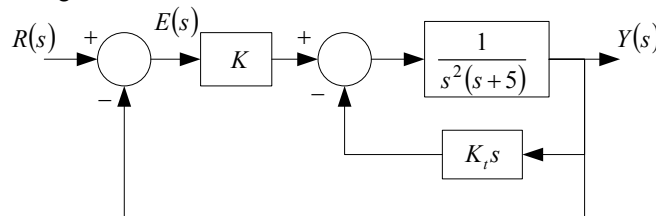


Figura del Problema 7.

- a) Construya el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica para $K \geq 0$, cuando $K_t = 0$.
- b) Con $K = 10$, construya el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica para $K_t \geq 0$.

8. Dada la ecuación:

$$s^3 + \alpha s^2 + Ks + K = 0$$

Es deseable investigar el lugar geométrico de las raíces de esta ecuación para $-\infty < K < \infty$ y para varios valores de α .

- a) Construir el lugar geométrico de las raíces para $-\infty < K < \infty$ y para $\alpha = 12$.
 - b) Igual a (a) pero con $\alpha = 4$.
 - c) Determine el valor de α para que haya soplado un punto de ruptura diferente de cero en el lugar geométrico de las raíces de las raíces completo para $-\infty < K < \infty$. Construya el lugar geométrico de las raíces.
9. La función de transferencia de trayectoria directa de un sistema de control realimentación unitaria es:

$$G(s) = \frac{K(s + \alpha)}{s^2(s + 3)}$$

Determine los valores de α para que el lugar geométrico de las raíces (para $-\infty < K < \infty$) tenga cero uno y dos puntos de ruptura, respectivamente sin incluir $s = 0$. Construir el lugar geométrico de las raíces para $-\infty < K < \infty$. Para los tres casos.

10. Si se considera el sistema de control de la Figura siguiente. Determinar si el punto $s = -1 + 1j$ es un punto del lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica si $K \geq 0$. Utilizar el criterio de ángulo para comprobar este punto. Si el punto pertenece al lugar de las raíces, determinar el calor de K en dicho punto utilizando el criterio de magnitud.

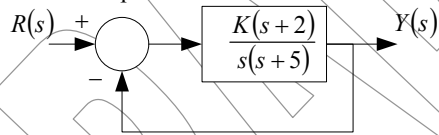


Figura del Problema 10.

11. Dibujar el lugar de las raíces para la ecuación características del sistema de la Figura anterior, suponiendo que K varía de cero a infinito. Utilizar el criterio de la magnitud para evaluar K en los puntos de encuentro y de ruptura.
12. Utilizar el lugar geométrico de las raíces generador por Matlab para comprobar los resultados alcanzados por 11.
13. Considerando el sistema mostrado en la siguiente figura, dibujar el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica para K_i , variando desde cero hasta infinito.

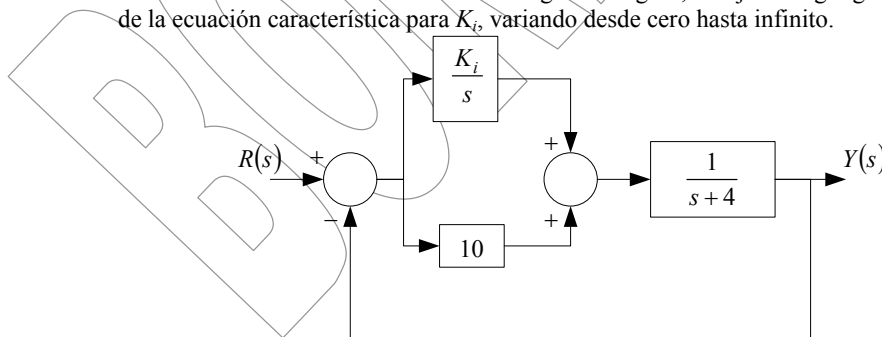


Figura del Problema 13.

14. Considerando el sistema mostrado en la siguiente Figura, dibujar el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica cuando el factor de ganancia derivativa K_f varía de cero a infinito.

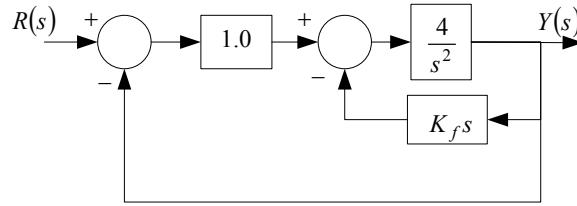


Figura del Problema 14.

15. Considerando la siguiente ecuación característica, dibujar el lugar geométrico de las raíces de la ecuación característica considerando $K \geq 0$. Dibujar también el lugar geométrico de las raíces suponiendo que $K \leq 0$.

$$1 + \frac{2}{s^2 + (2+K)s} = 0$$

16. Para el sistema con el esquema de control que se muestra en la siguiente Figura.

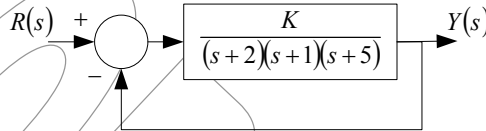


Figura del Problema 16.

- Estudie la estabilidad del sistema de lazo cerrado, utilizando el *criterio de Ruth*.
 - Realice un bosquejo del lugar geométrico de las raíces.
 - Repita los puntos (a) y (b) añadiendo:
 - Polo en el origen
 - Cero en el origen
 - Verifique el lugar geométrico de las raíces utilizando Matlab.
 - Concluya sobre la estabilidad y el error en estado estacionario frente a diferentes entradas en la referencia.
17. Para un sistema con una función de transferencia de lazo directo $G(s)H(s) = K(s + 9)/(s^2 + 8s + 22)$ se obtiene un lugar geométrico de las raíces como el que se muestra en la siguiente Figura.

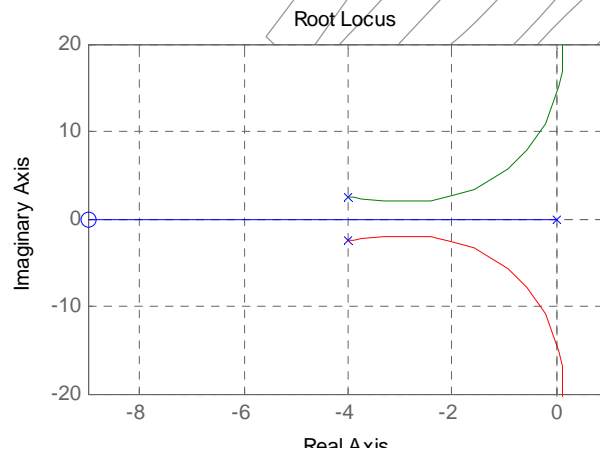


Figura del Problema 17

A partir de allí calcule:

- El valor de K para que los polos dominantes del sistema tengan un tiempo de establecimiento igual a 2 (criterio 2%).
- Si tuviese que añadir un cero en el eje real para lograr una mejoría en la respuesta, diga cual escogería $(s + 1)$ o $(s + 5)$. Haga un bosquejo del lugar geométrico de las raíces en ambos casos explicando claramente los cambios en la respuesta, tanto transitoria como permanente. Escoja el caso que mejor cumpla con el requerimiento anterior en respuesta transitoria (tiempo de establecimiento igual a 2 (criterio 2%)) y calcule el error a la rampa para dicho caso.

18. Construir el diagrama geométrico de las raíces para cada uno de los sistemas de control para los cuales se dan los polos y ceros de $G(s)H(s)$. La ecuación característica se obtiene al igualar el numerador $1 + G(s)H(s)$ a cero.
- (a) Polos en 0, -5, -6; ceros en -8.
 - (b) Polos en 0, -5, -6; ceros en -8.
 - (c) Polos en 0, 0, -2, -2; cero en 4.
 - (d) Polos en 0, -1, -2, cero en 1.
19. La ecuación característica de sistemas de control lineales se da a continuación. Construya el diagrama del lugar geométrico de las raíces para $k \geq 0$.

BORRADOR