Anexo 3.1
Respuesta en Frecuencia: Filtros

Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP.htm

1. Filtros

- Se denomina filtro a un circuito sensible a la frecuencia que permite excluir señales con frecuencias situadas en un rango dado, permitiendo el paso de las señales de otras frecuencias.

$$Ganancia = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Filtros

- Se puede distinguir entre:
- *Filtros activos:* basados en circuitos electrónicos con elementos amplificadores activos.
- *Filtros pasivos:* basados en elementos pasivos, básicamente resistencia, inductancia y capacidad.

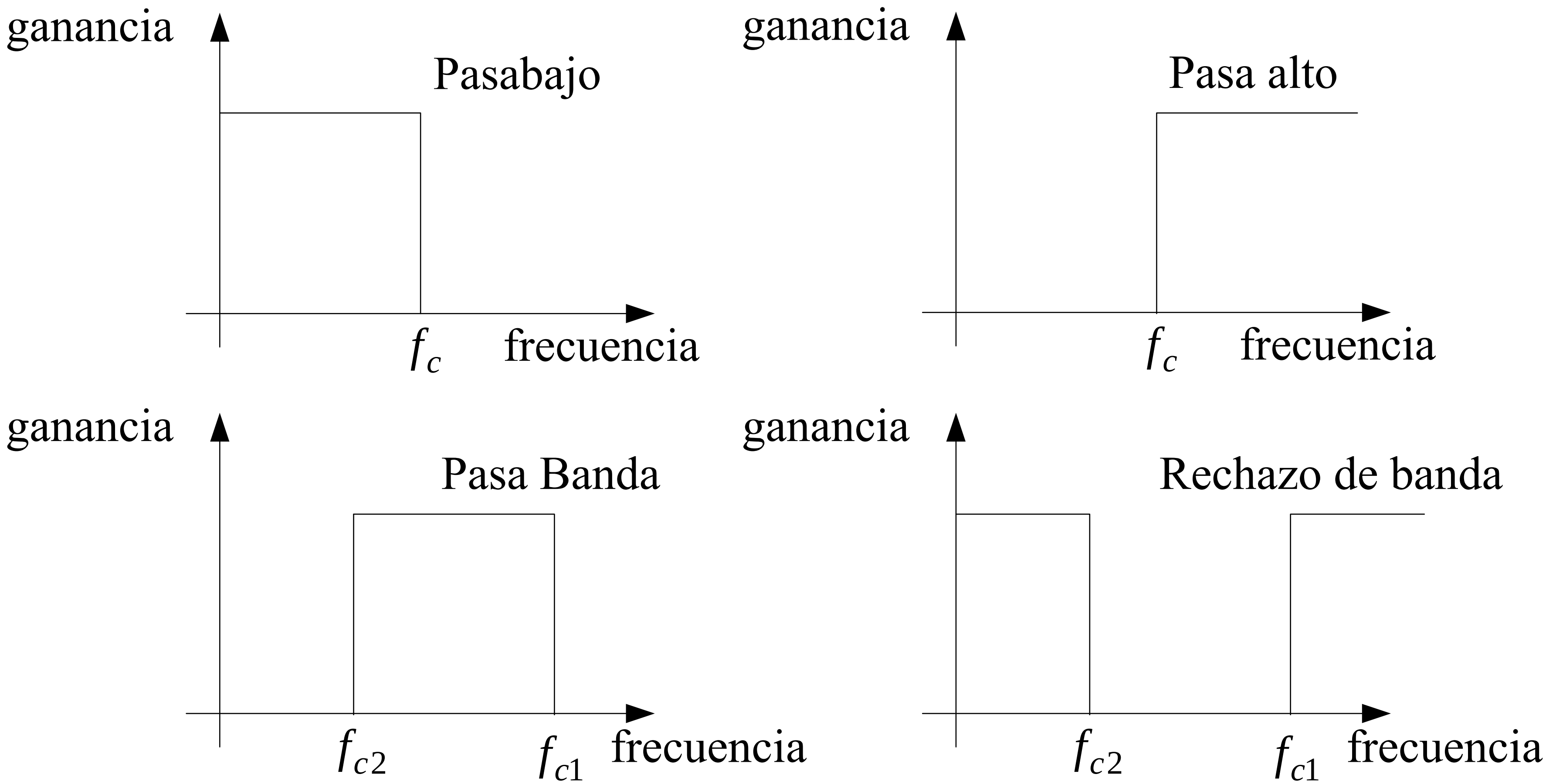
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Filtros

- *Paso-bajo*: rechaza señales de frecuencias superiores a una dada, denominada frecuencia de corte (f_c)
- *Paso-alto*: rechaza señales de frecuencias inferiores a la de corte.
- *Paso-banda*: rechaza todas las señales no situadas en un rango de frecuencias concreto.
- *De Rechazo de banda*: rechaza las señales situadas en un rango de frecuencias concreto.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Filtros



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

1. Filtros

- La *curva de respuesta de un filtro pasivo real no es tan ideal* como las presentadas.
- Un filtro, como todo circuito electrónico, puede ser analizado en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.
- En lo que sigue se analizarán tres tipos de filtros pasivos concretos:
  - Paso-bajo RC,
  - Paso-alto RC y,
  - Paso-bajo LC en ambos dominios.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Filtro Pasabajo

- La familia de filtros de pasabajo de primer orden; posee una función de transferencia de la forma:

$$H(j\omega) = \frac{k}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

- El máximo valor de $|H(j\omega)| = |K|$ y recibe el nombre de ganancia del filtro.
- Nótese que el exponente de ω en el denominador es +1, de modo que $|H(j\omega)|$ decrece con la frecuencia: filtro pasabajo

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Filtro Pasa Bajo

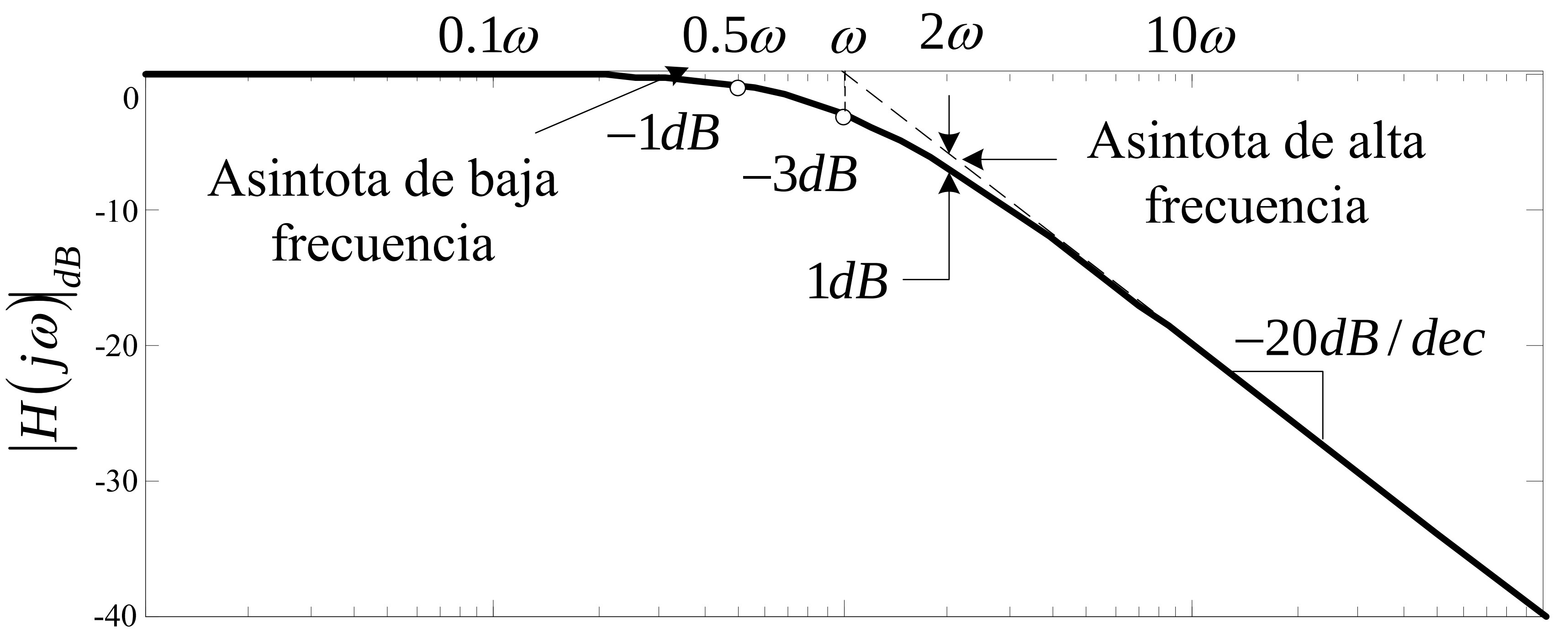
- La función de la magnitud y la fase en función de la frecuencia resulta:

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{|K|}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\frac{|K|}{K}\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

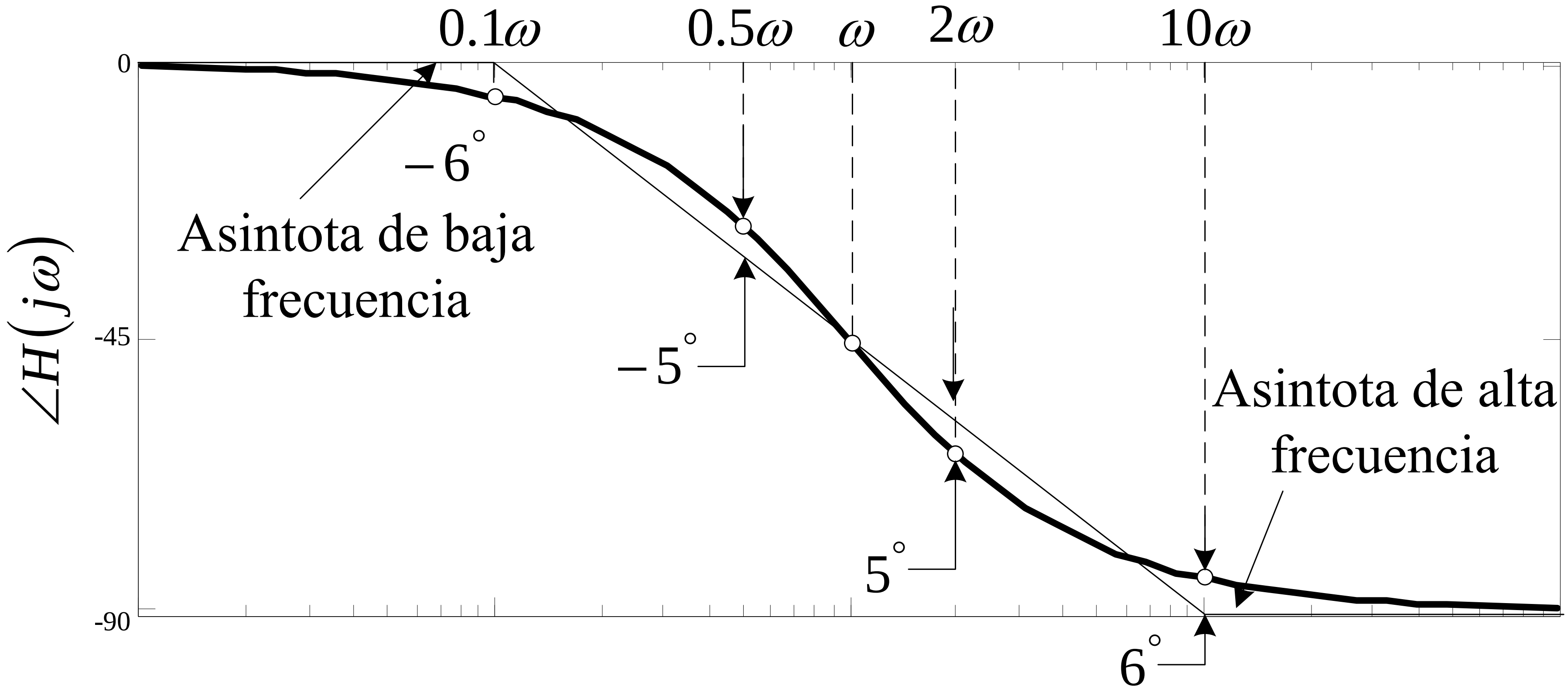
2. Filtro Pasa Bajo



$$20\log\left|H\left(j\omega_c\right)\right| - 20\log\left|H\left(j\omega\right)\right|_{\max} = 20\log\left[\frac{\left|H\left(j\omega_c\right)\right|}{\left|H\left(j\omega_c\right)\right|_{\max}}\right] = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx -3dB$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2. Filtro Pasa Bajo

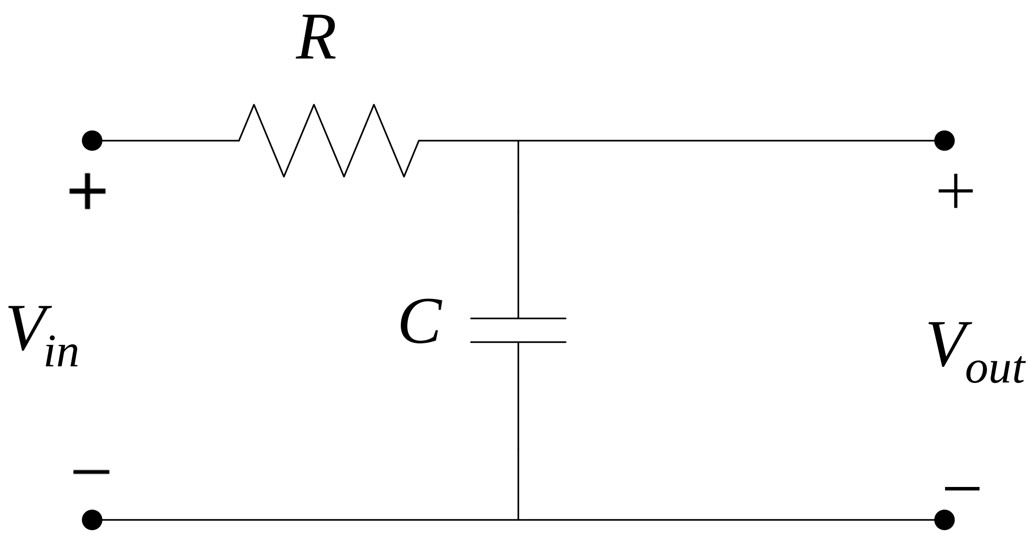


$$\angle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- Análisis en el dominio de la frecuencia, para régimen sinusoidal estacionario:

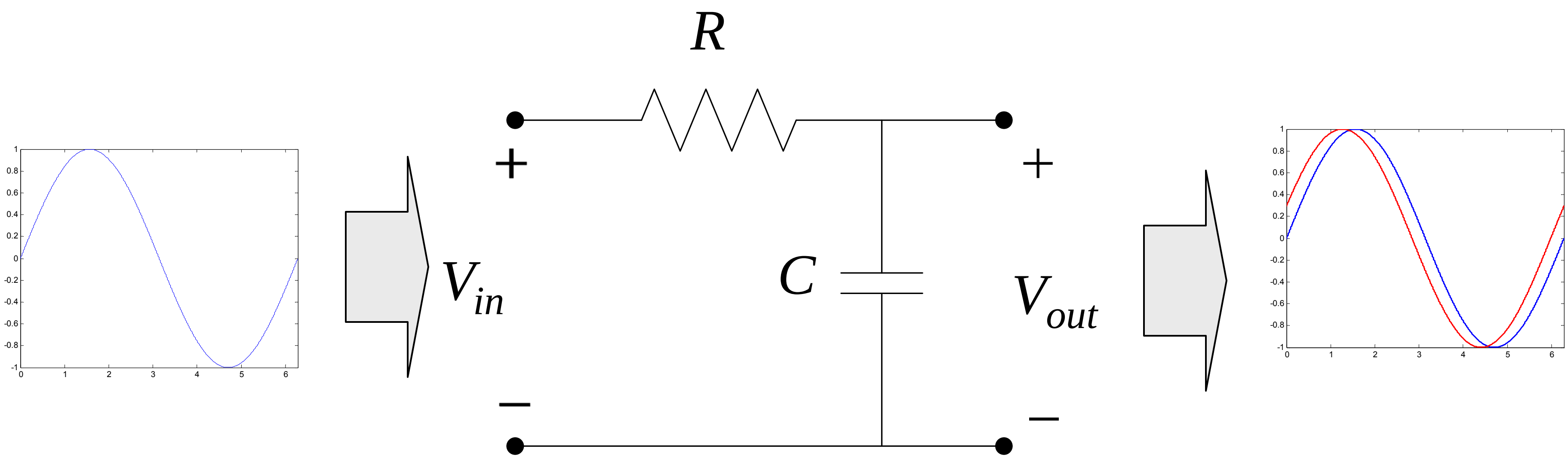


$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\dfrac{1}{sC}}{R + \dfrac{1}{sC}} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- Se desea examinar la respuesta de un sistema de primer orden, un circuito RC como el mostrado en la siguiente figura, al ser sometido a una señal senoidal.



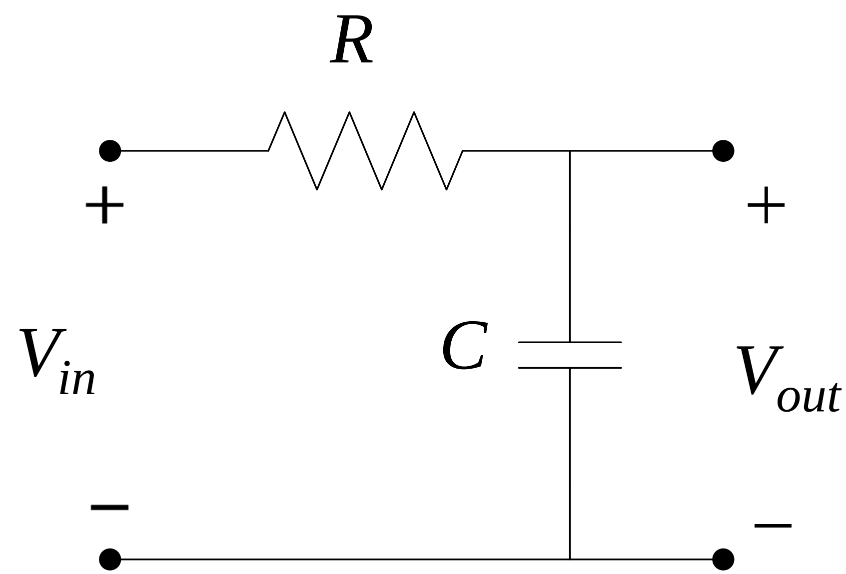
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- El circuito actúa como un filtro simple pasa bajo; este permite que las ondas senos de baja frecuencia pasen a través del filtro, relativamente sin ser afectadas y atenúa las señales de lata frecuencia.
- La definición de *baja frecuencia* y *alta frecuencia*, están relacionadas en un filtro simple, con la frecuencia de corte del filtro.
- Este circuito RC es un sistema de *primer orden*.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

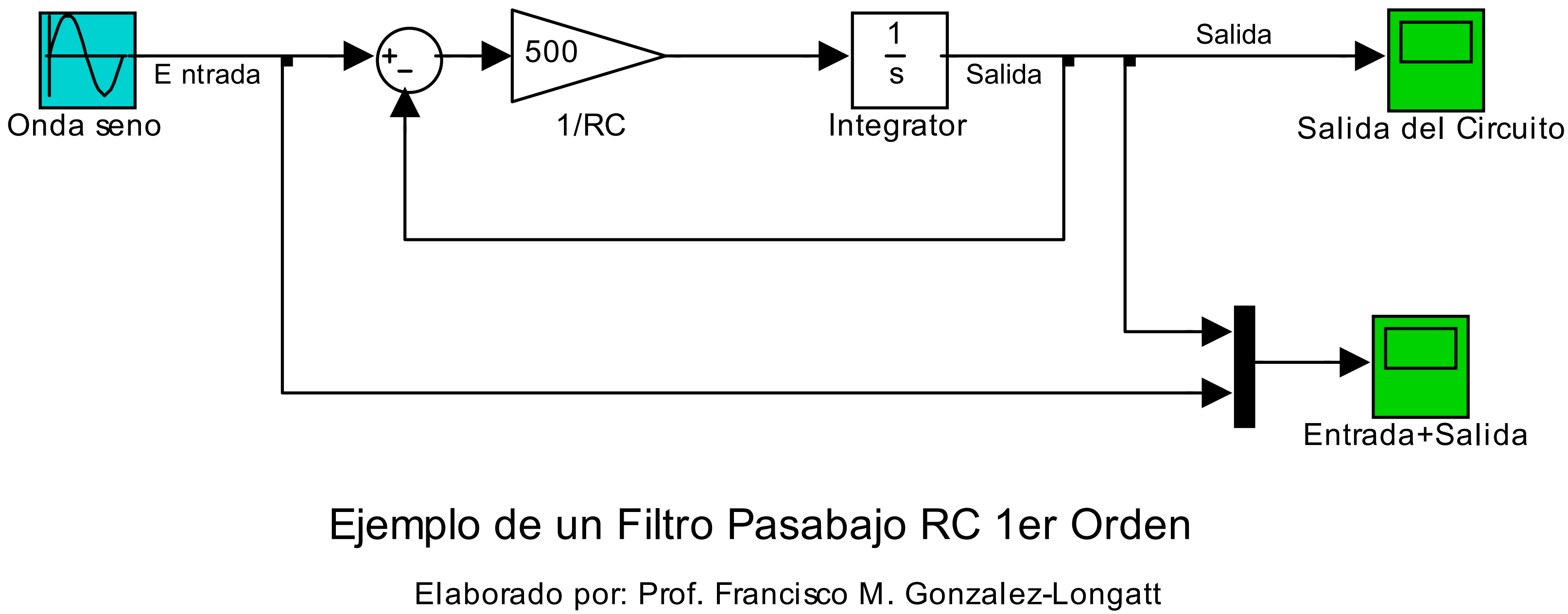
2.1. Filtro Pasabajo RC



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{RCs+1}$$

2.1. Filtro Pasabajo RC

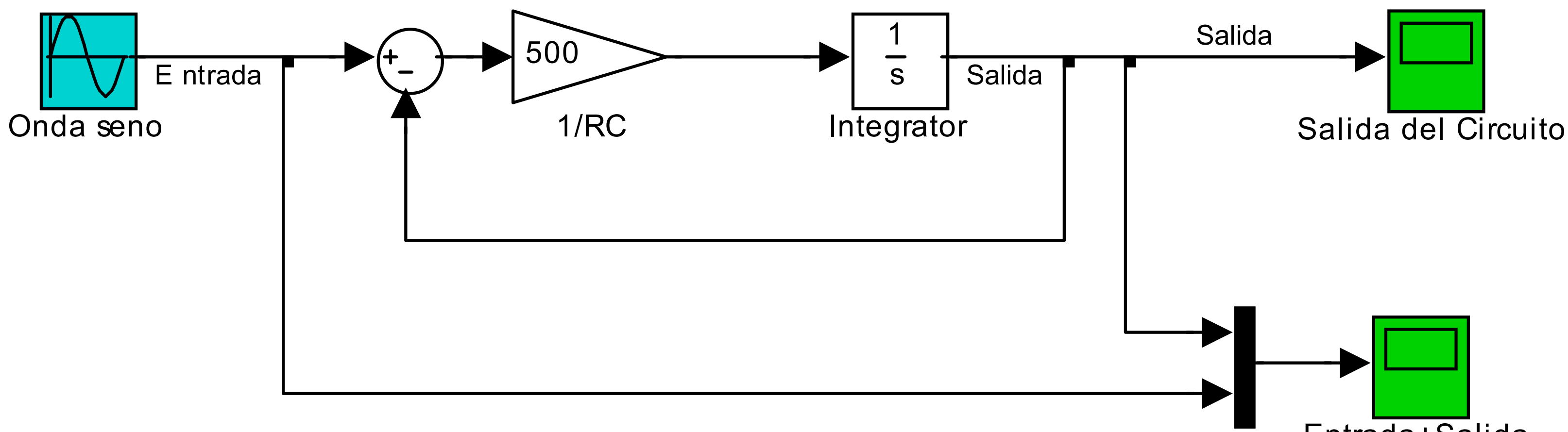
- El modelo en Simulink es mostrado en la siguiente figura.



Archivo: Filtro_RC.mdl

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC



- Representa un sistema de primer orden, un circuito RC con *un solo grado de libertad*.
- Nótese que la entrada del sistema es una onda seno, este modelo de tal modo, muestra como el circuito RC responderá a una entrada senoidal tal como una corriente electrica alterna.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- El sistema mostrado puede también ser descrito con una ecuación diferencial en la forma de:

$$R\dot{x} + \frac{1}{C}x = f(t)$$

- donde:

x = voltaje de salida del circuito

$\dot{x}$ = tasa de cambio del voltaje de salida

R = valor del resistor

C = valor del capacitor, y

$f(t)$ = función excitatriz, una onda seno.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- Se ha tomado para este ejemplo que 1/*RC* = 500, es decir *RC* = 0.002.
- Para este circuito, el valor de *RC* es la constante de tiempo τ del sistema.

$$sX(s)+\frac{1}{RC}X(s)=F(s)$$

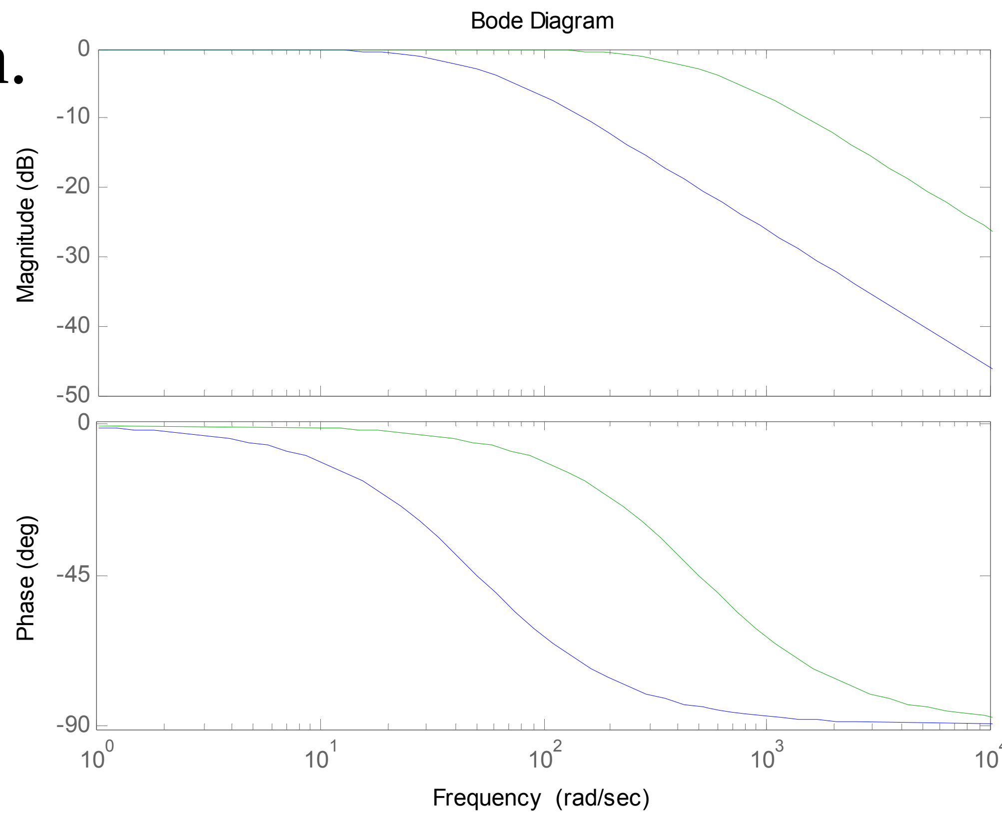
$$sX(s)+\tau X(s)=F(s)$$

$$\frac{1}{s+\tau}=\frac{X(s)}{F(s)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

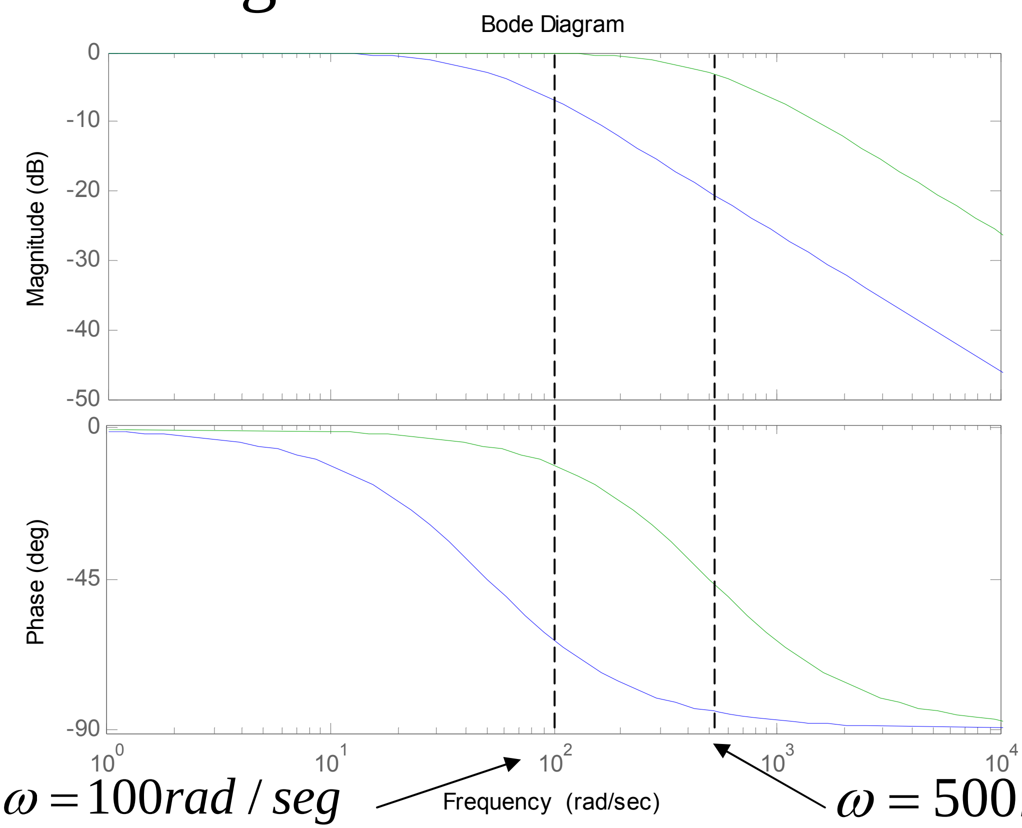
- El diagrama de Bode será usado para entender como un circuito *RC* afecta la entrada de voltaje para mostrar la característica del circuito en el dominio de la frecuencia.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

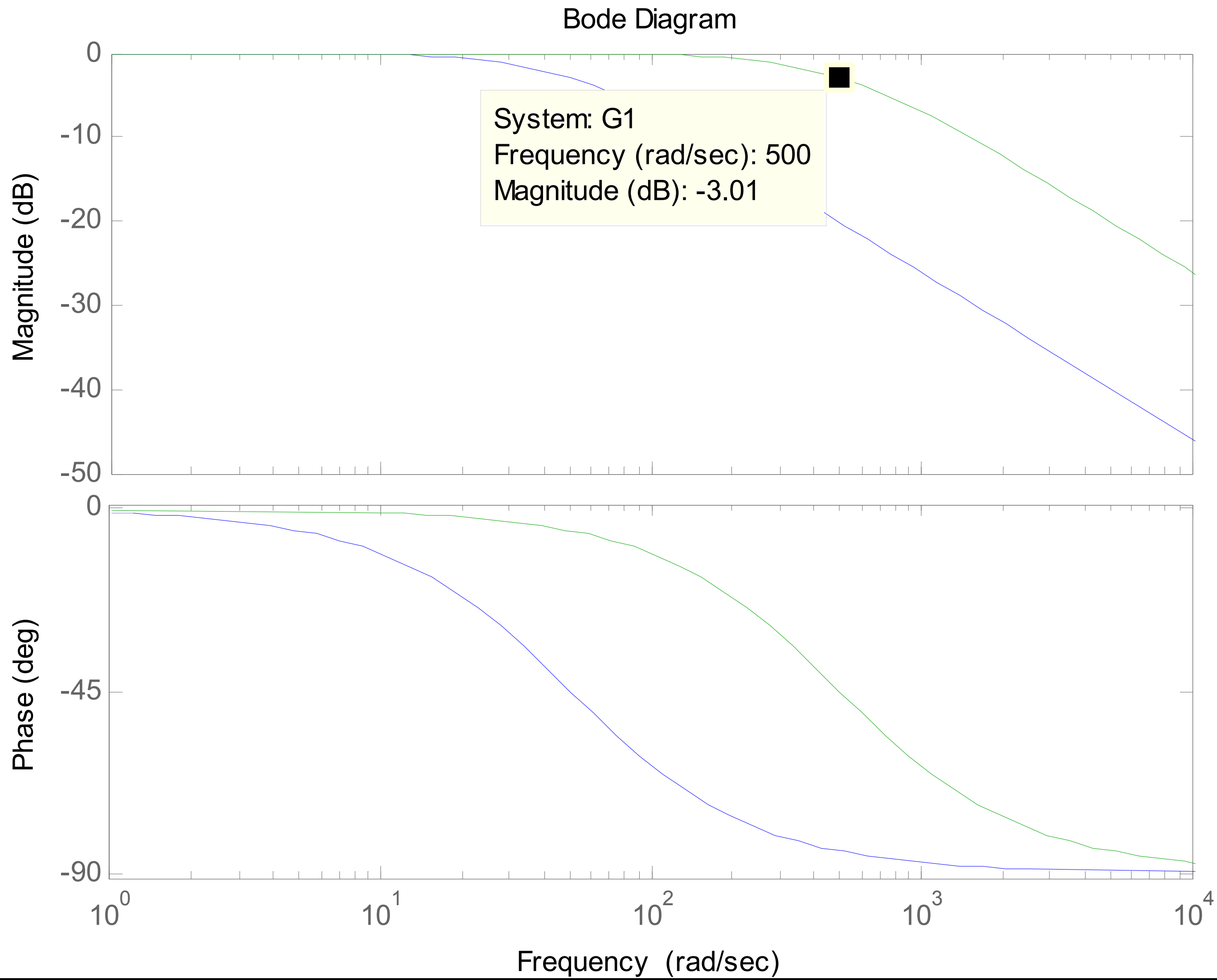
- La línea azul describe un circuito que posee un valor de *RC* igual a 0.01 y la línea verde describe un circuito con *RC* igual a 0.002.



$\tau = 0.01$ $\omega = 100 rad / seg$ $\omega = 500 rad / seg$

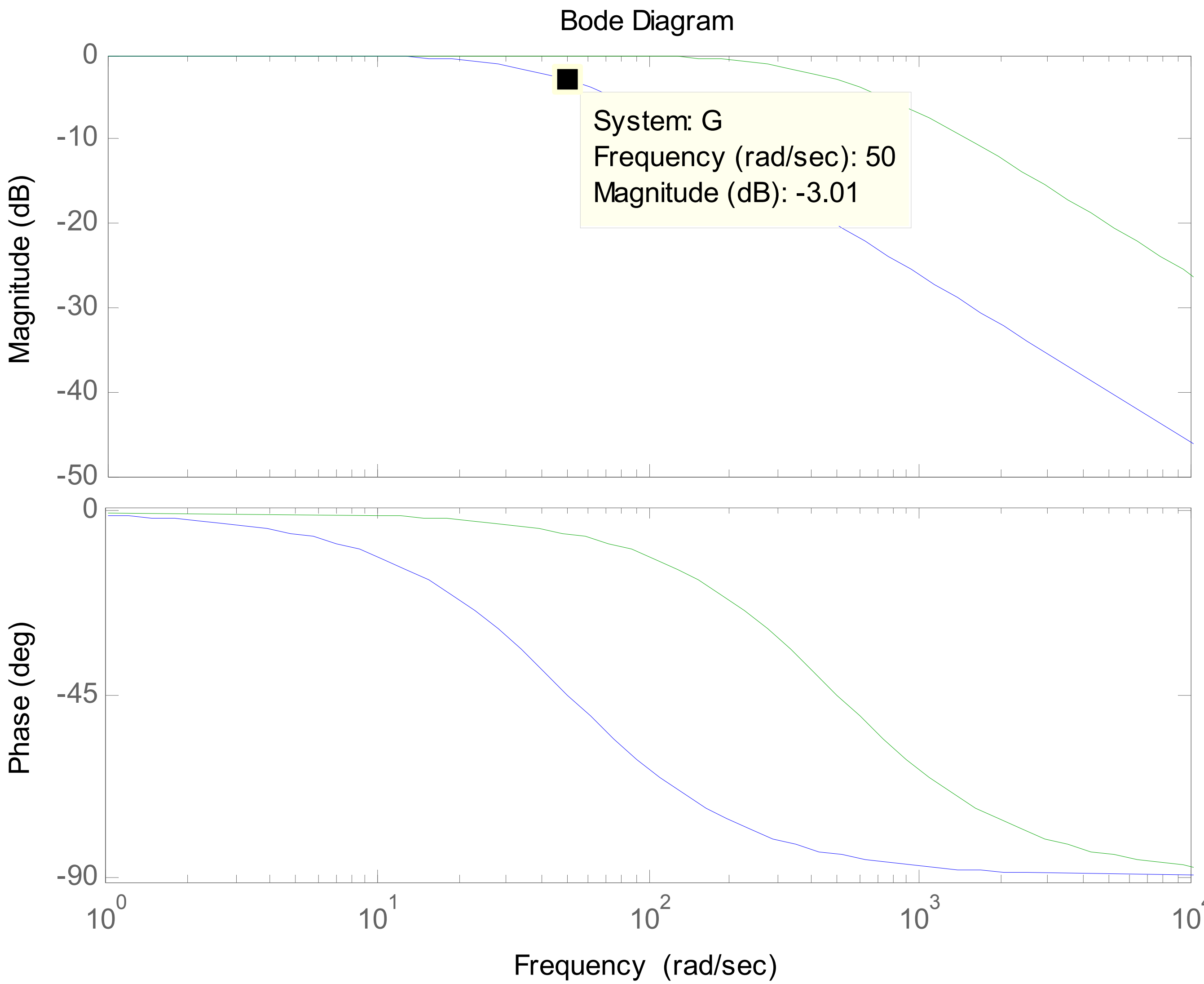
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

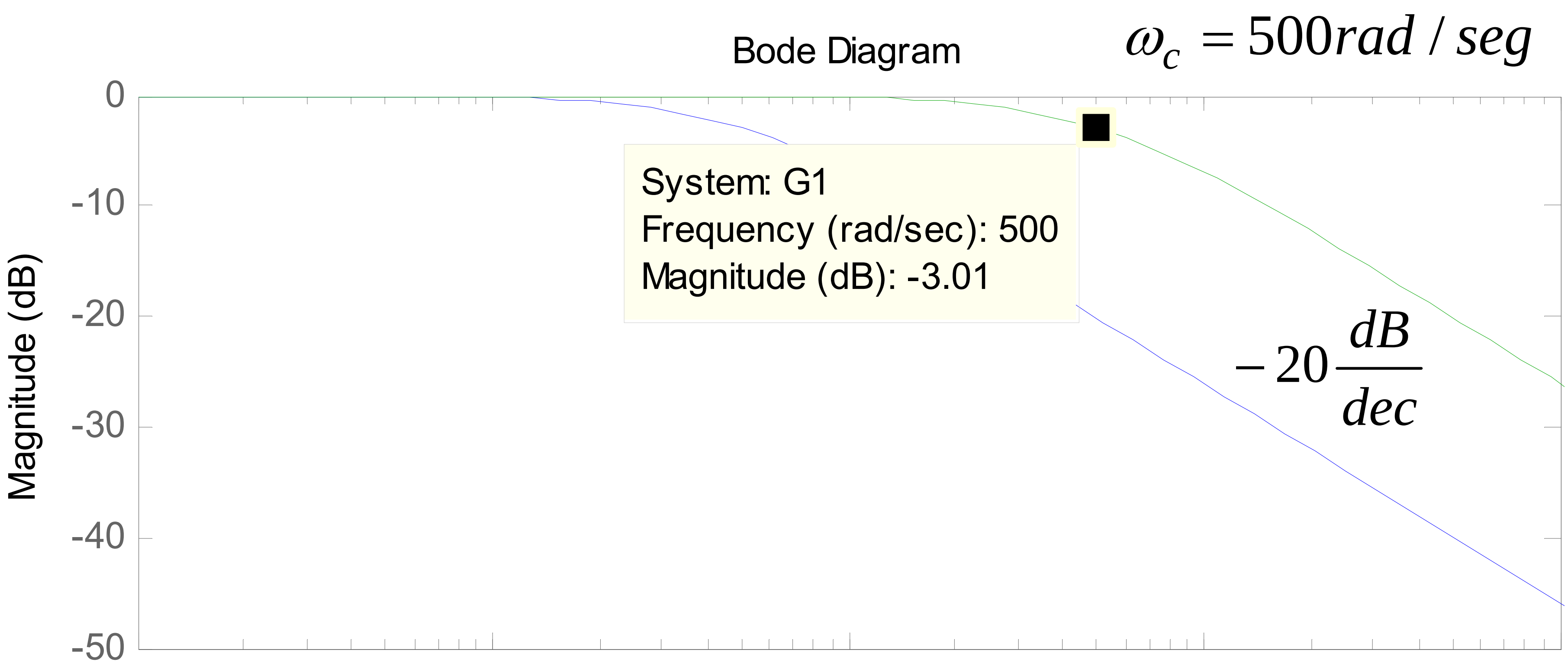
2.1. Filtro Pasabajo RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

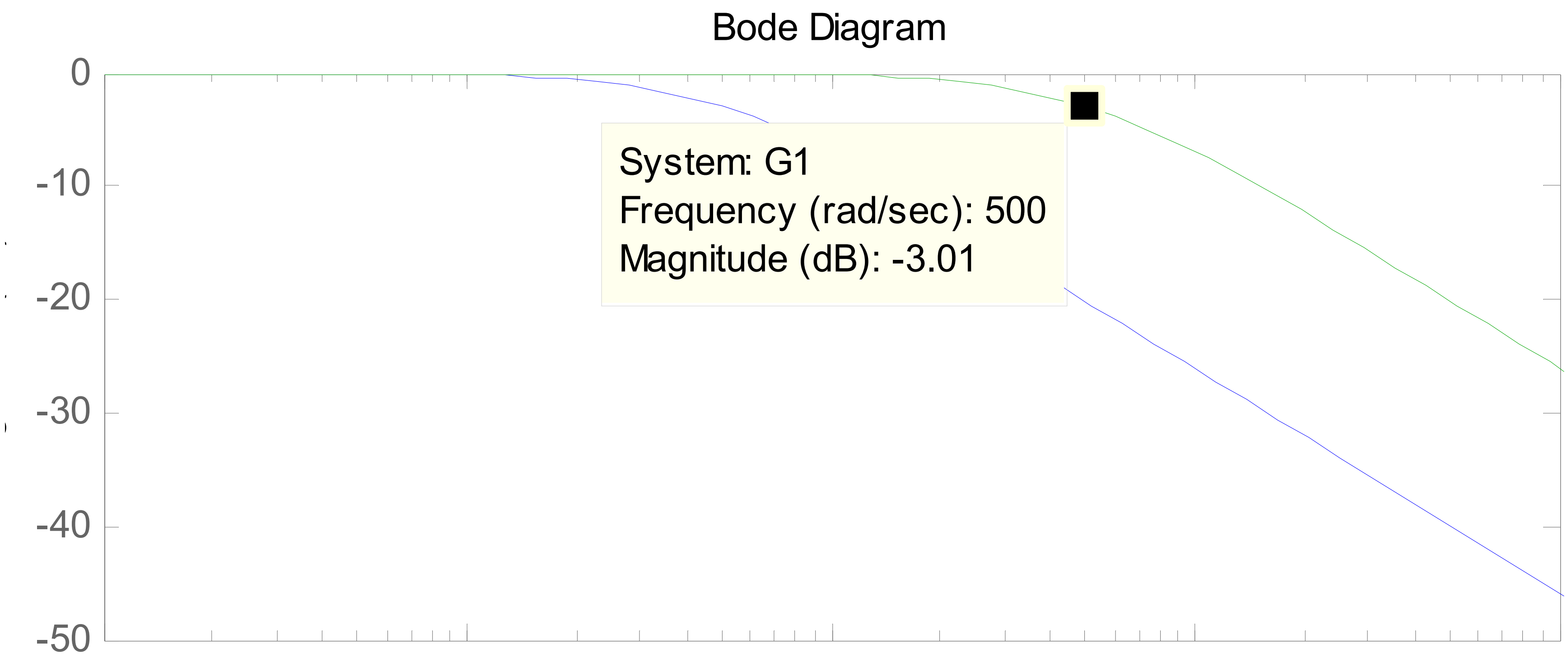
2.1. Filtro Pasabajo RC

- En la curva verde posee una constante de tiempo de 0.002 segundos.



2.1. Filtro Pasabajo RC

- Se muestra una ubicación del punto de 500 rad/seg es denominado el punto de 3 dB por debajo.
- En este punto la magnitud es atenuado por 3 dB



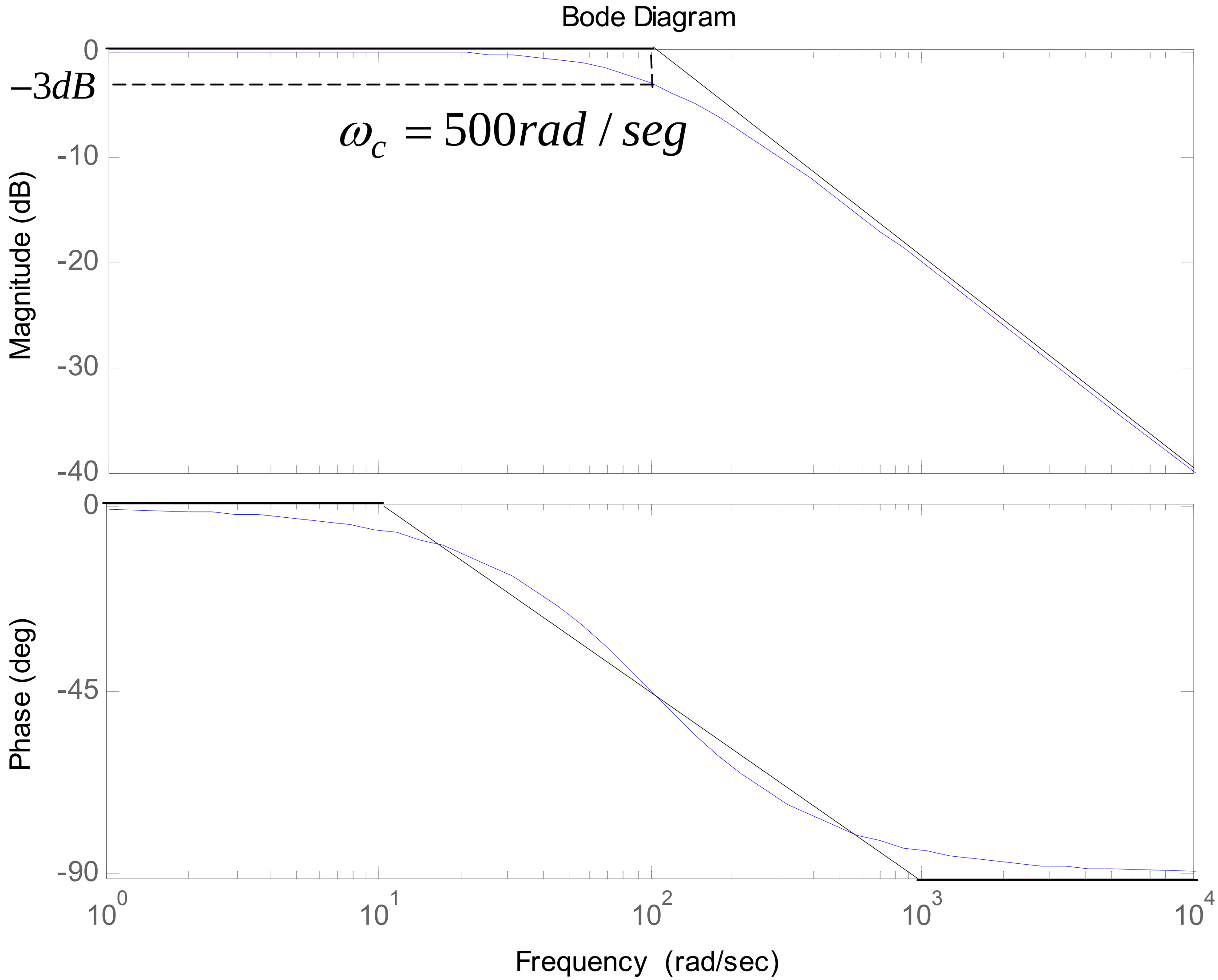
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- 3 dB es equivalente a una relación de entrada/salida de 22, lo cual es aproximadamente a 0.707.
- La atenuación debido al filtrado gradualmente se incrementa.
- No esta claramente definido el punto que representa el rango de alta y baja frecuencia.
- Aunque un punto debe ser elegido, y el punto de 3 dB es frecuentemente usado.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

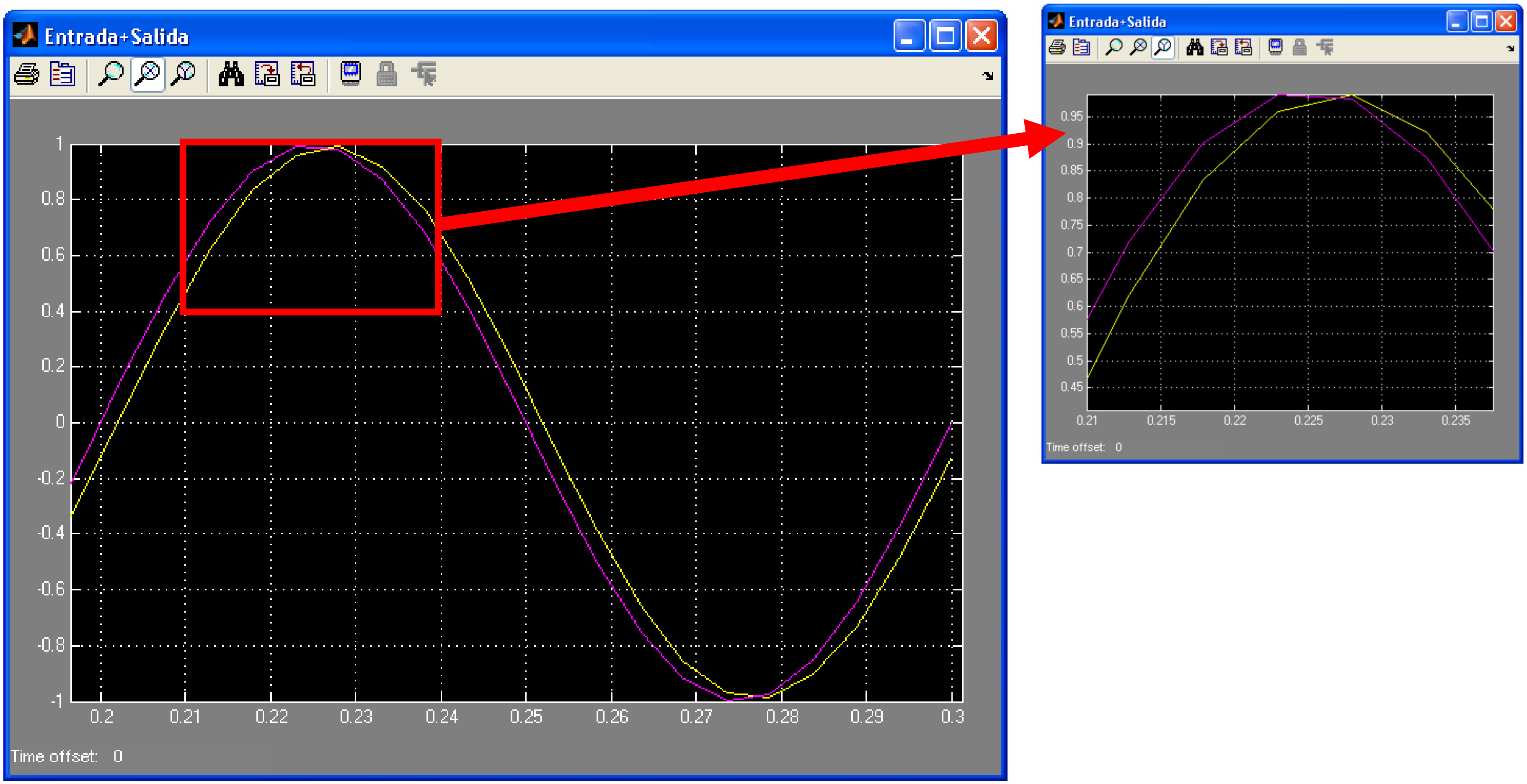
2.1. Filtro Pasabajo RC

- Las señales con frecuencias por debajo de la frecuencia de corte son considerablemente no afectadas por el filtro.
- Se debe notar, sin embargo, que las señales cuyas frecuencias están por debajo de la frecuencia de corte son atenuadas por aproximadamente 30%.
- Otros tipos de filtros pueden proveer una pendiente mayor, pero los circuitos RC poseen la ventaja de ser muy simple y económicos.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

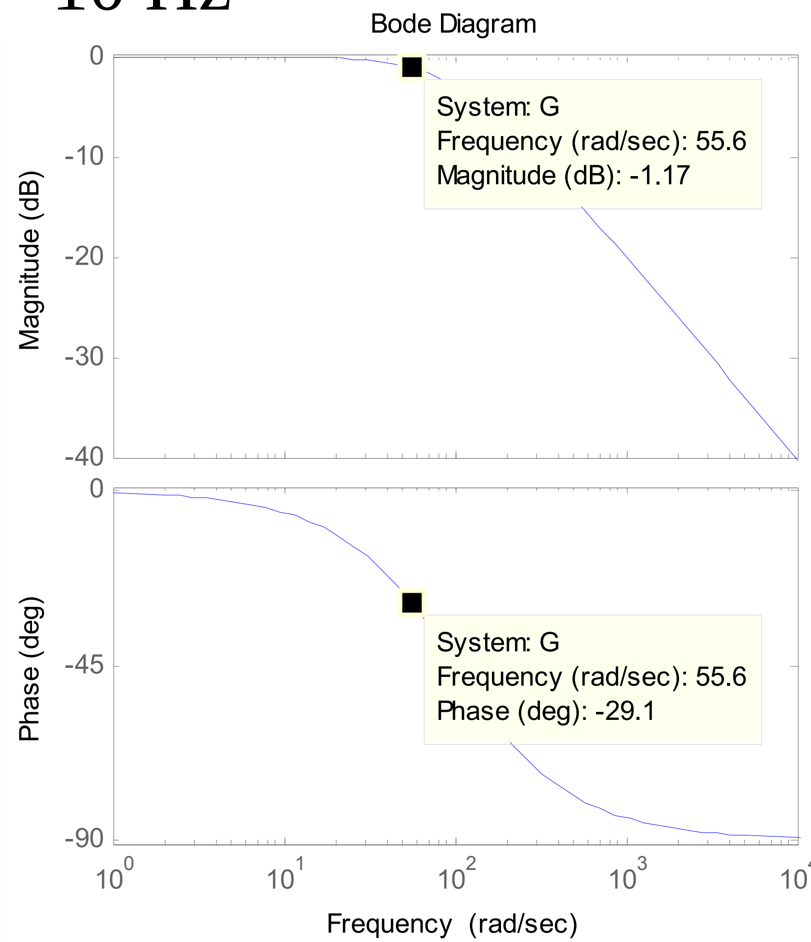
- Se aplica una señal de f = 10 Hz, ω = 62.8319 rad/sg



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

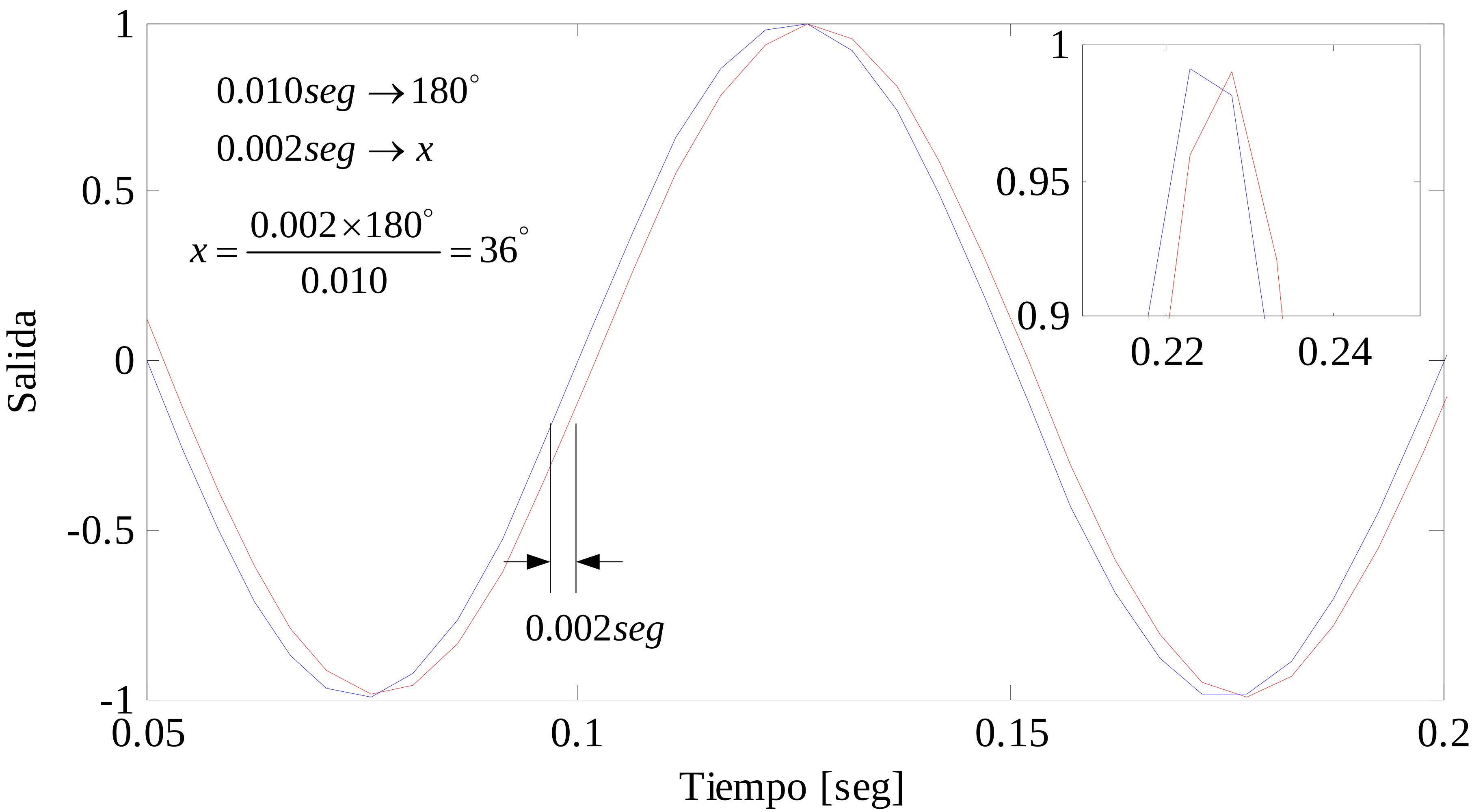
2.1. Filtro Pasabajo RC

- Atenuacion y defasaje para *f* = 10 Hz



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

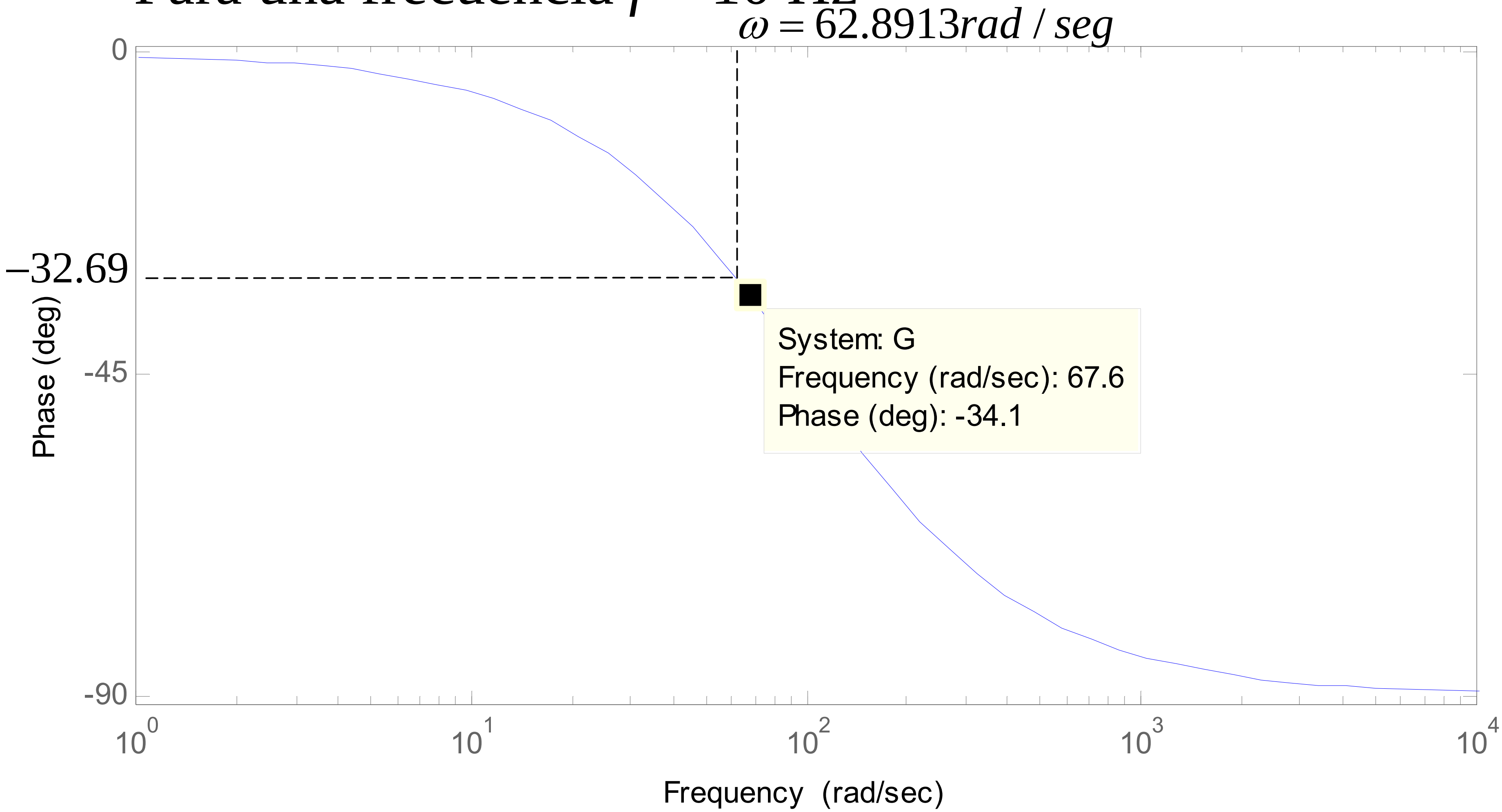
2.1. Filtro Pasabajo RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

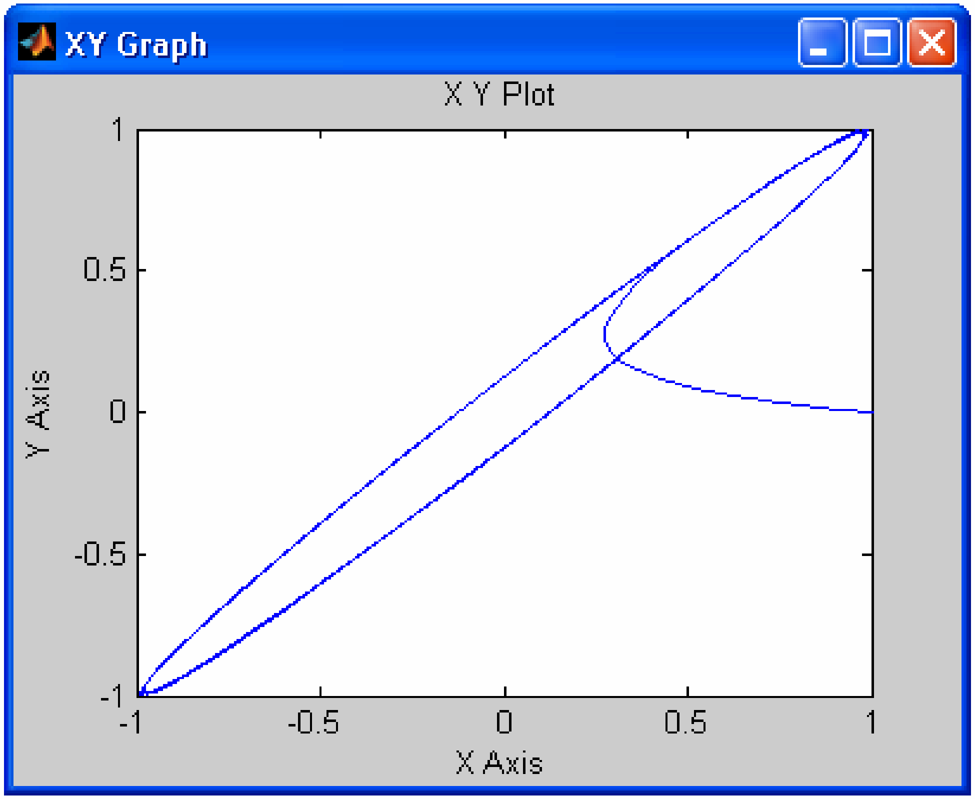
- Para una frecuencia $f = 10$ Hz



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

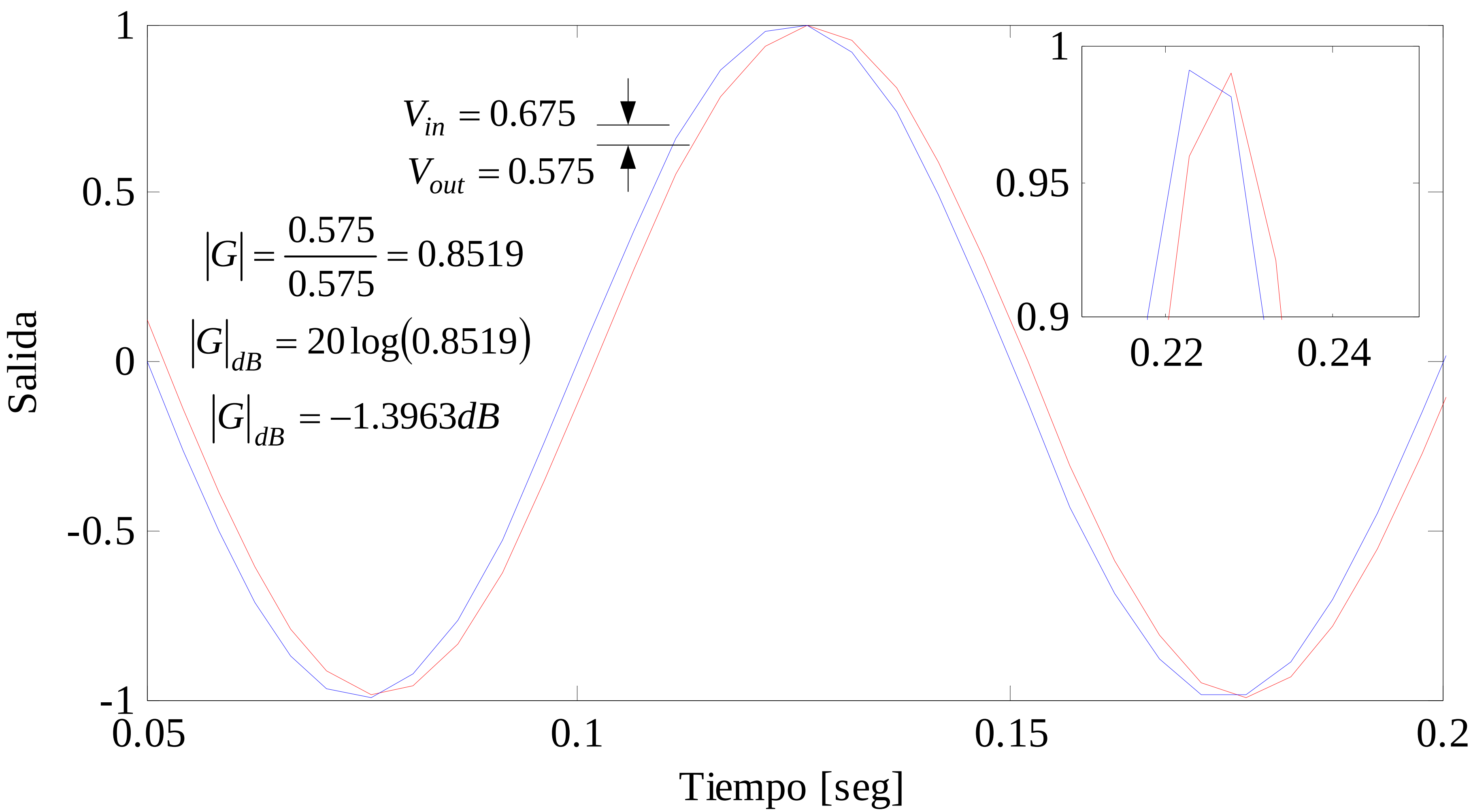
2.1. Filtro Pasabajo RC

- Un trazado XY puede ser empleado para calcular el defasaje de las señales de entrada y salida.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

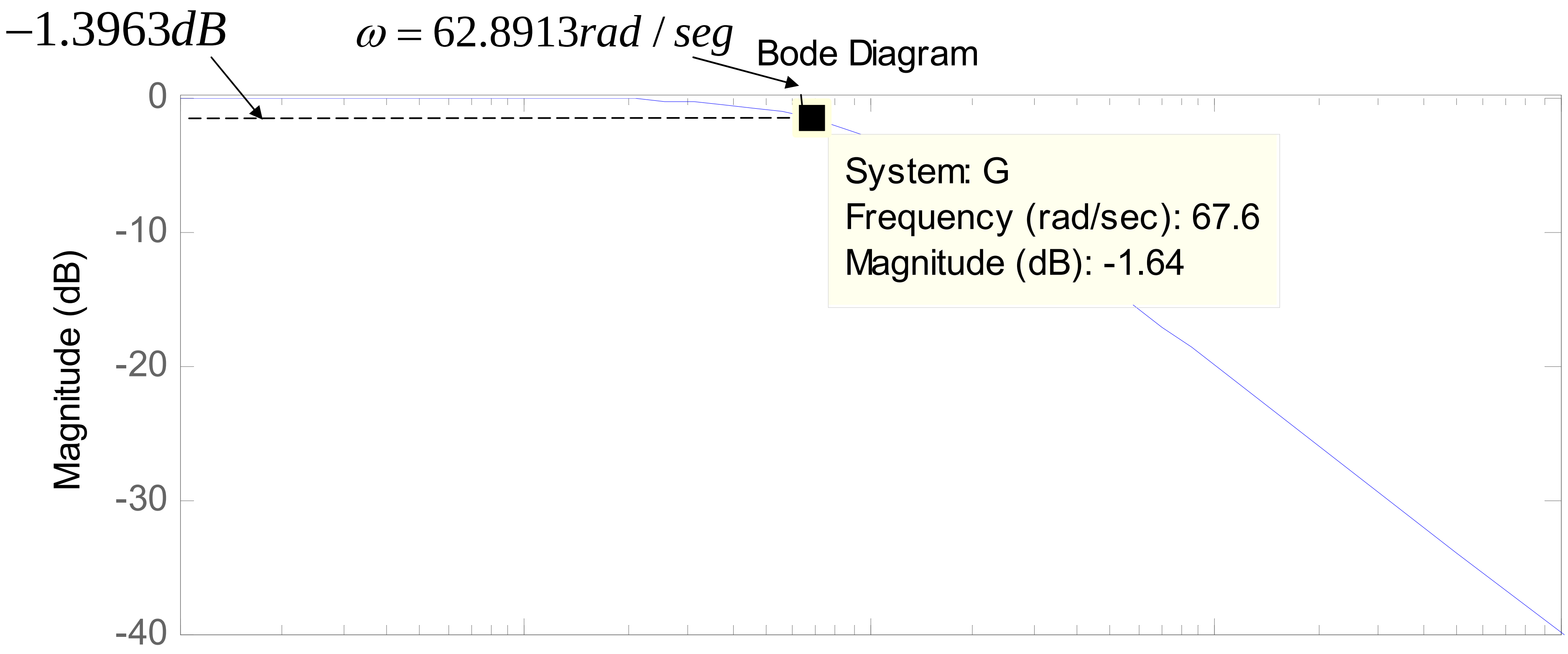
2.1. Filtro Pasabajo RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

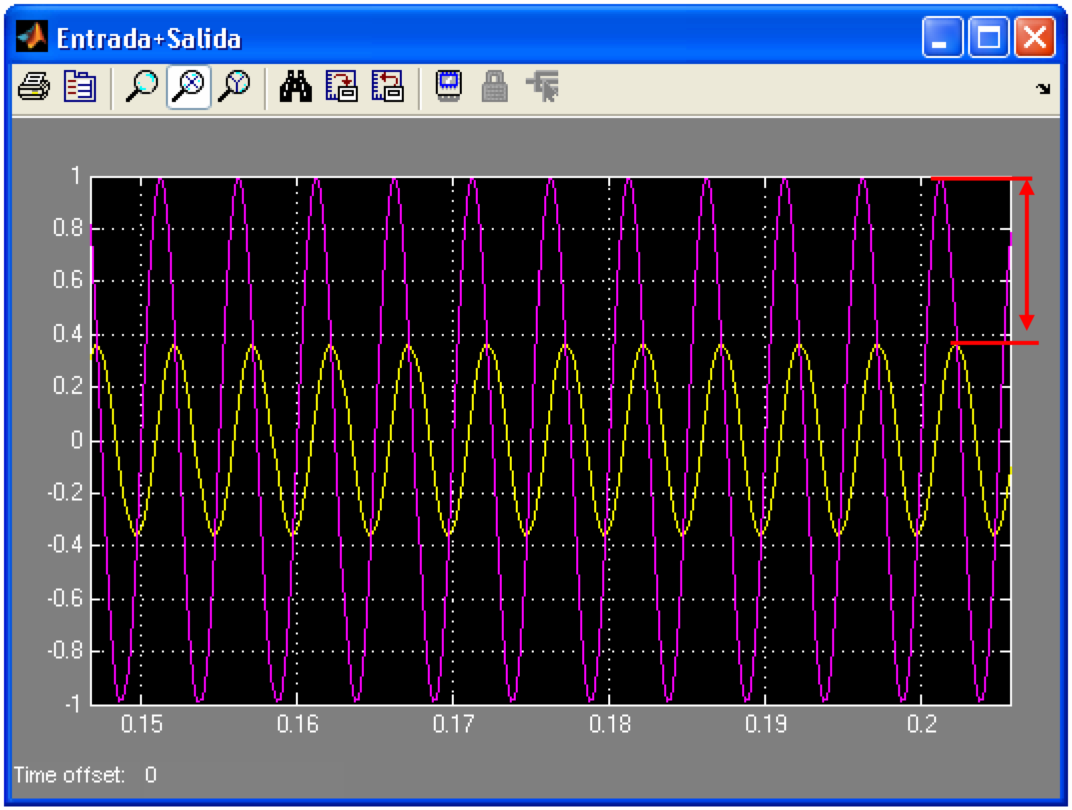
- Se aproxima la salida en *f* = 10 Hz

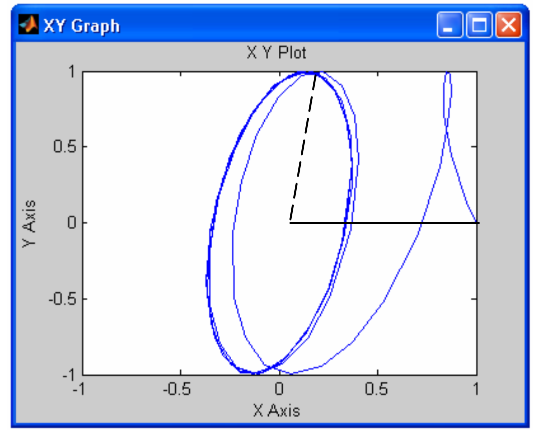


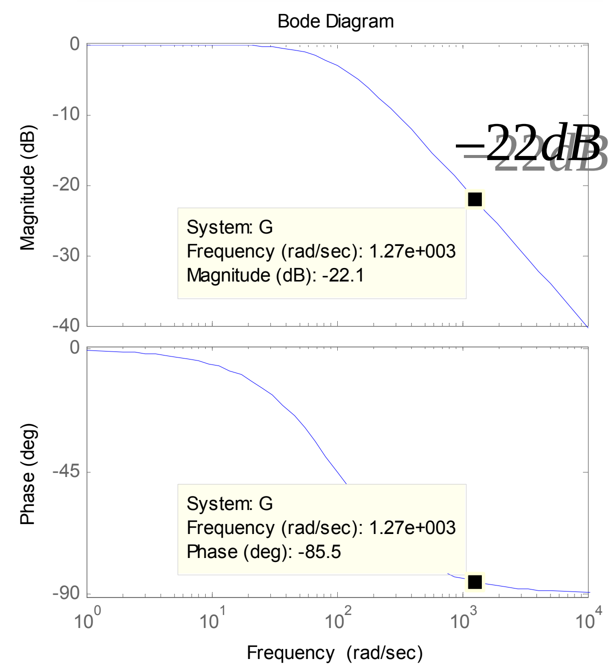
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- Para f = 200 Hz



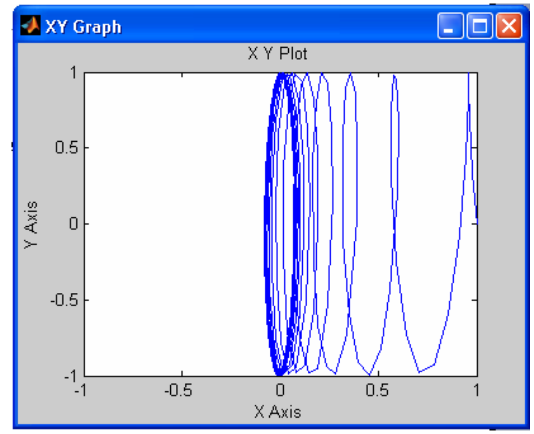


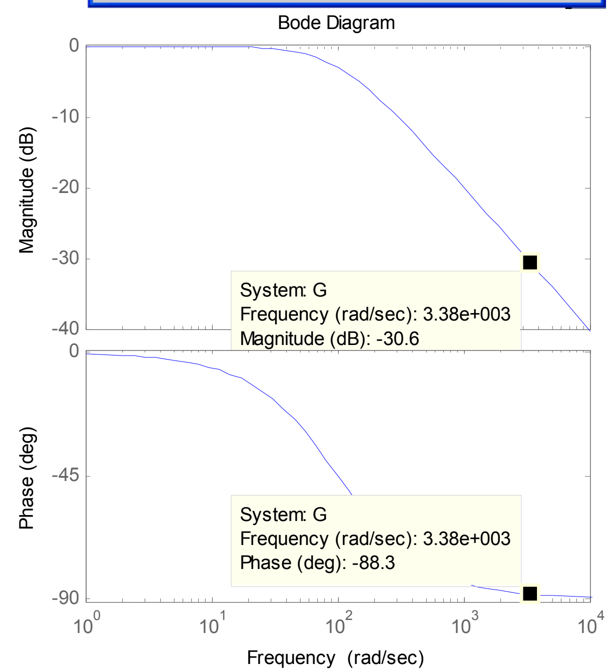


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

- $f = 1000$ Hz





Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

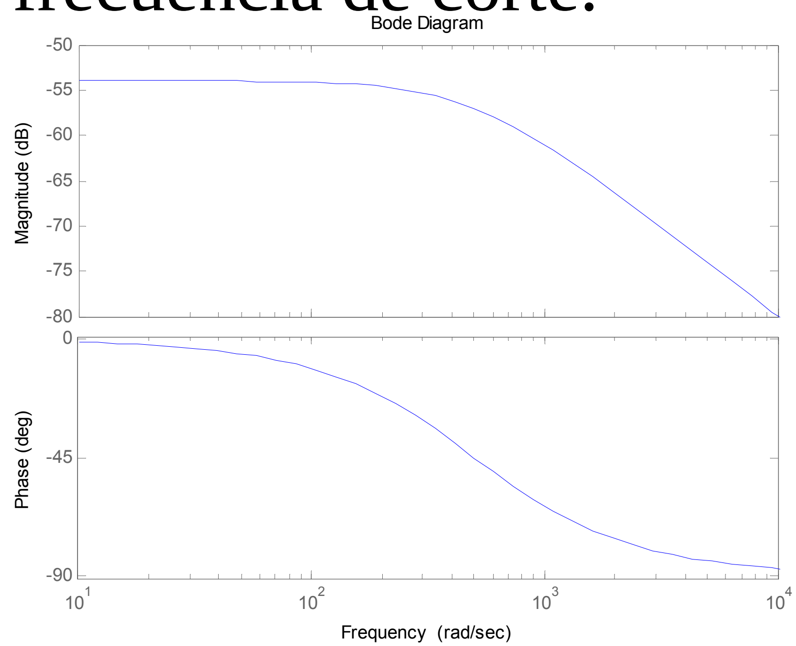
2.1. Filtro Pasabajo RC

- La pulsación de corte es : $\omega_c = 1/RC$ y la frecuencia de corte $f_c = 1/(2\pi RC)$
- Si $\omega << \omega_c$ el térmico ωRC es despreciable en el denominador y G≈ 1, el desfase entre entrada y salida, resulta despreciable
- Si $\omega >> \omega_c$ el término ωRC es dominante y RCGω1≈, el desfase entre entrada y salida tiende a –90º (Vs/Ve tiende a $1/j\ \omega RC = -j/\ \omega RC$)
- Para frecuencias muy inferiores a la de corte el filtro tiene ganancia unitaria
- Para frecuencias muy superiores la ganancia cae en forma proporcional a la frecuencia.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.1. Filtro Pasabajo RC

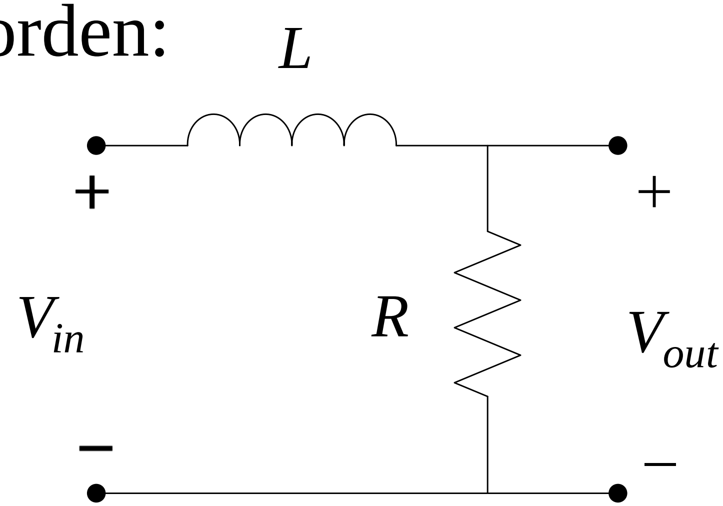
- Para $f = f_c$ la ganancia cae a 0,7 aproximadamente.
- La respuesta en fase (desfase entre señal de entrada y salida) sigue una evolución análoga variando desde 0º a bajas frecuencias hasta –90º en altas con un desfase de –45º en la frecuencia de corte.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2 Filtro Pasa bajo RL

- El siguiente circuito *RL*, corresponde a un filtro pasa bajo de primer orden:



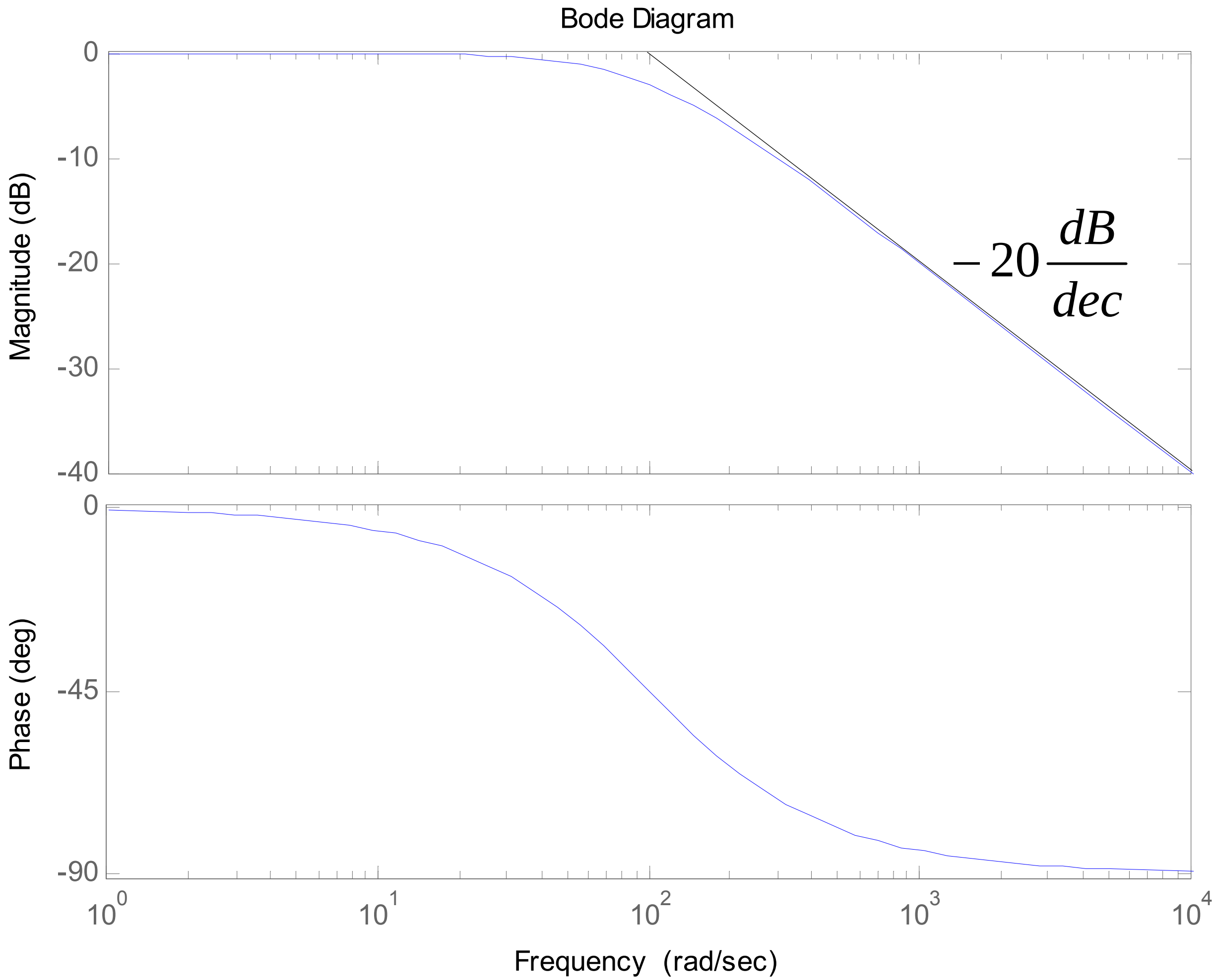
- La función de transferencia resulta:

$$V_{out} = \frac{R}{R + j\omega L} V_{in} \quad \Rightarrow \quad H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R}\right)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.2 Filtro Pasa bajo RL

- Si se considera R = 10Ω, L = 100mH.



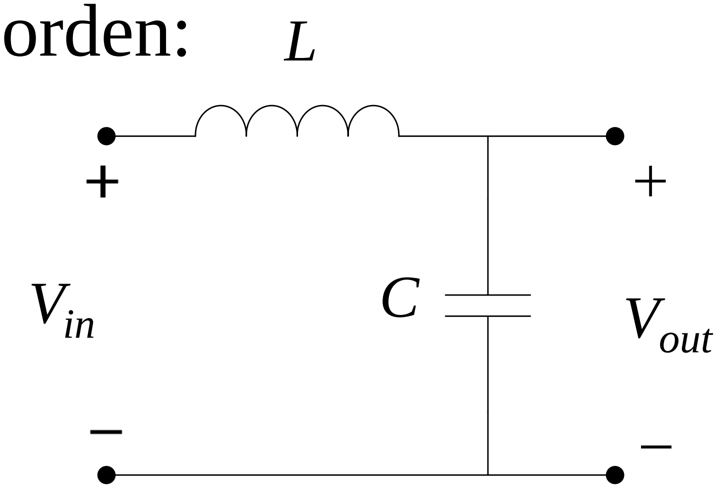
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} \frac{1}{1 + s\left(\frac{L}{R}\right)}$$

$$\omega = \frac{L}{R} = 100 rad / seg$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC

- El siguiente circuito *LC*, corresponde a un filtro pasa bajo de segundo orden:

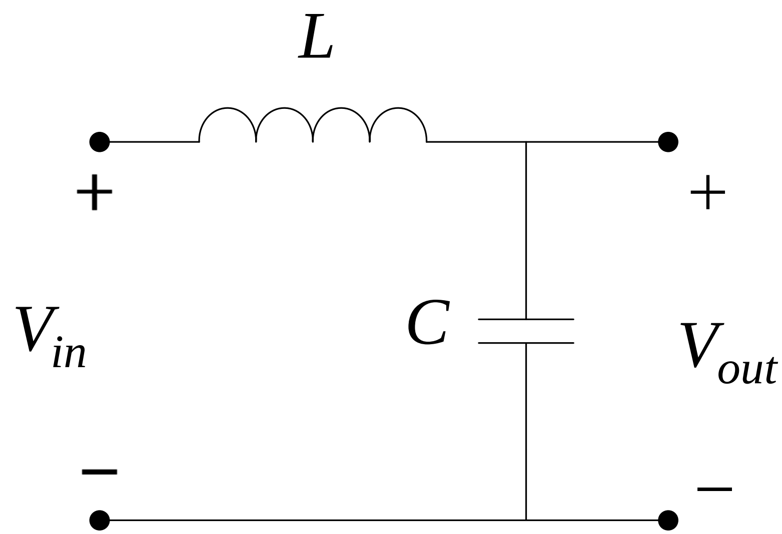


- La función de transferencia es:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + s^2 LC}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC



- En el dominio de la frecuencia:

$$V_{out} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1-\omega^2 LC}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC

- La pulsación de corte es:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Y la frecuencia de corte es:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC

- Si $\omega << \omega_c$ el térmico $\omega^2 LC$ es despreciable y $G \approx 1$, en cuanto a desfase entre entrada y salida, resulta cercano a 0º
- Si $\omega >> \omega_c$ el término $\omega^2 LC$ es dominante y

$$G = -\frac{1}{\omega^2 LC}$$

el desfase entre entrada y salida tiende a 180º debido a la inversión de signo.

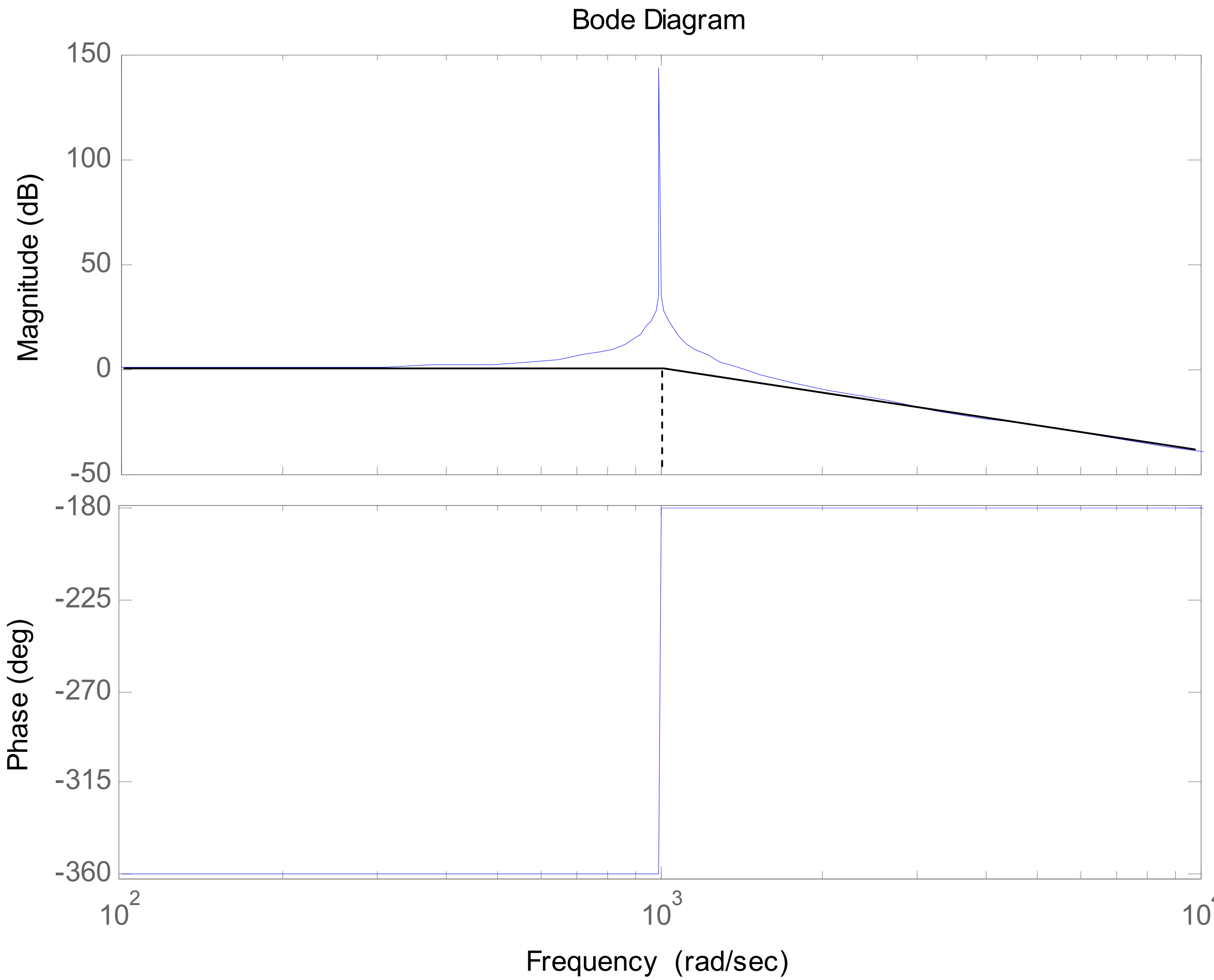
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC

- Para ω en el rango de ω_c se produce *el efecto de resonancia* el denominador tiende a cero y, por tanto, la ganancia a infinito.
- En la práctica las resistencias parásitas en el filtro y el efecto de la carga en la salida, que se supone fundamentalmente resistiva, provocan que dicha respuesta infinita teórica no sea cierta, sin embargo sí se puede tener una ganancia considerable en el punto de resonancia.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

2.3. Filtro Pasa Bajo LC

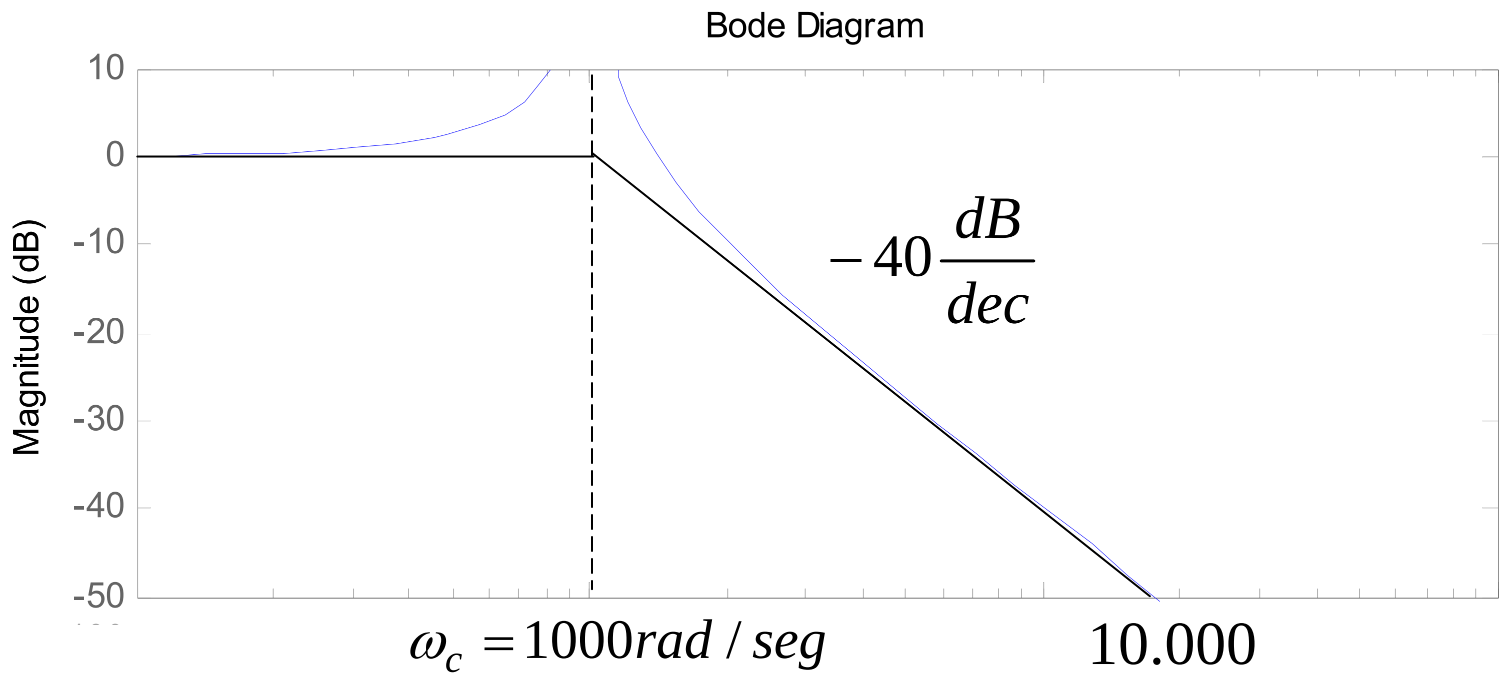


$$\omega_c = 1000 rad / seg$$

$$L = 10 mH$$

$$C = 100 \mu f$$

2.3. Filtro Pasa Bajo LC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Filtro Pasa Alto

- La forma general de la función de transferencia de un filtro pasa-alto es:

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 - j\dfrac{\omega_c}{\omega}}$$

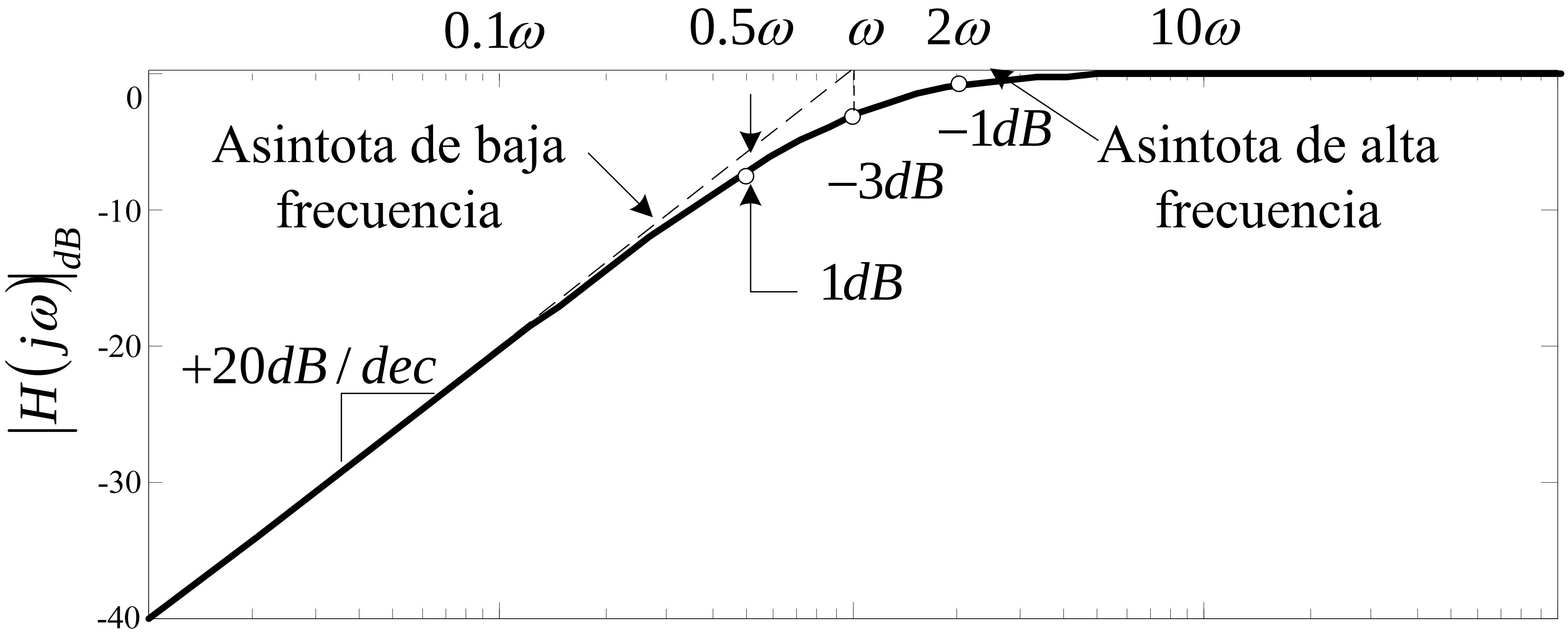
- La magnitud y fase quedan dadas por:

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{|K|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = +\frac{|K|}{K}\tan^{-1}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)$$

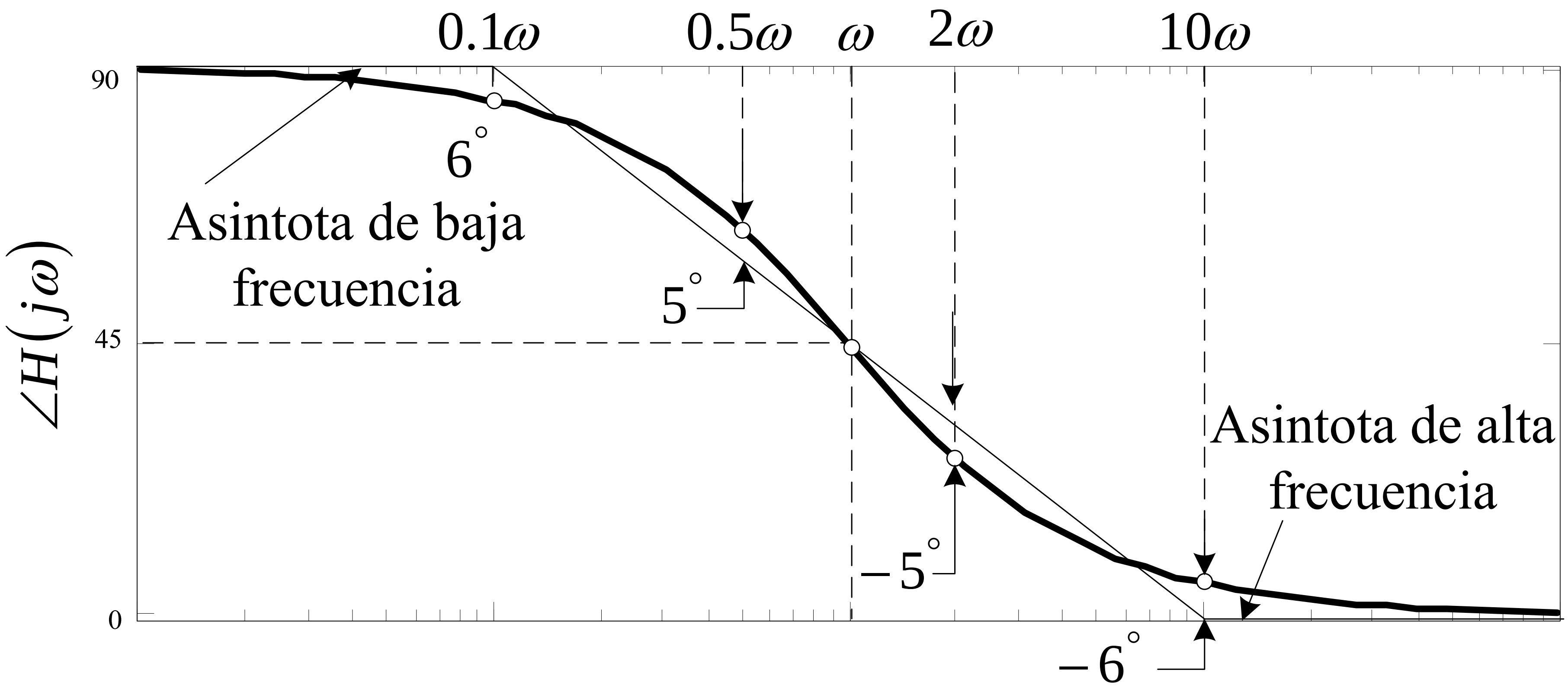
Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3. Filtro Pasa Alto



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

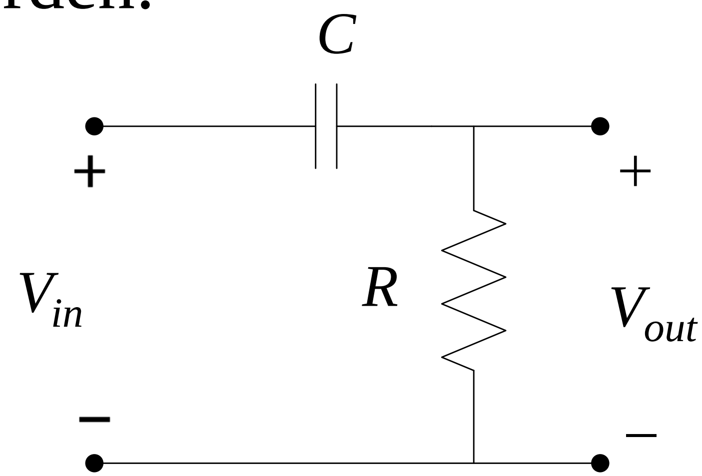
3. Filtro Pasa Alto



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Filtro Pasa Alto RC

- El siguiente circuito RC, corresponde a un filtro pasa alto de primer orden:

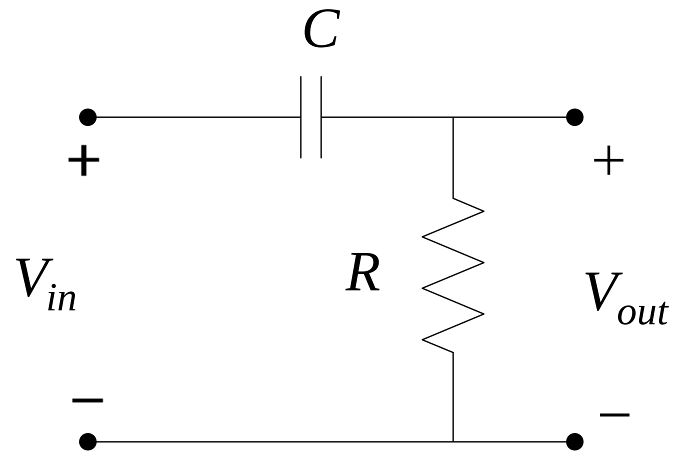


- La función de transferencia resulta ser:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{sRCV_{in}}{1 + sRC}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.1. Filtro Pasa Alto RC

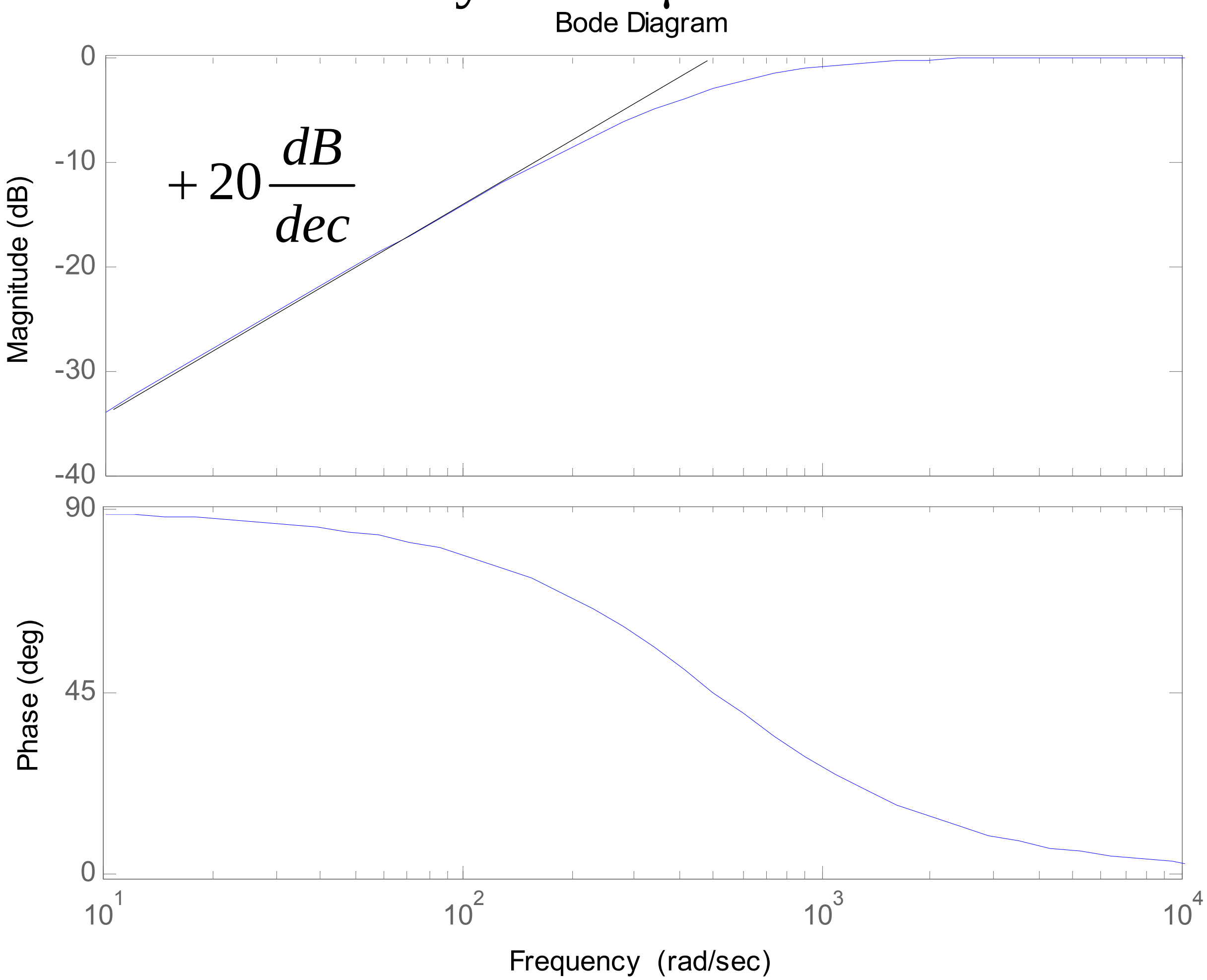


- En el dominio de la frecuencia:

$$V_{out} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_{in} = \frac{j\omega RCV_{in}}{1 + j\omega RC}$$

3.1. Filtro Pasa Alto RC

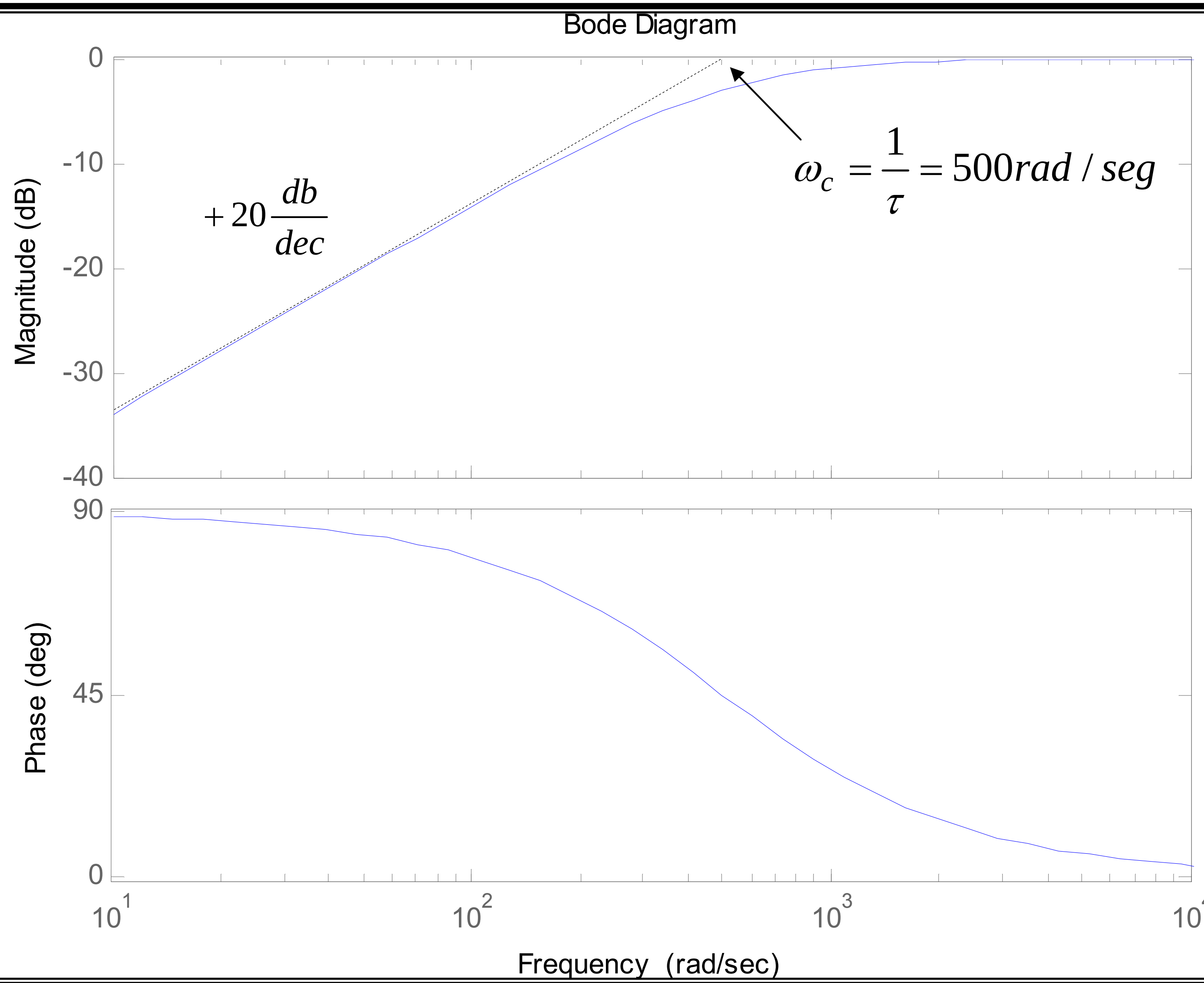
- Si R = 100Ω y C= 20μf



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{0.002sV_{in}}{1+0.002s}$$

$$\omega = 500rad/\sec$$

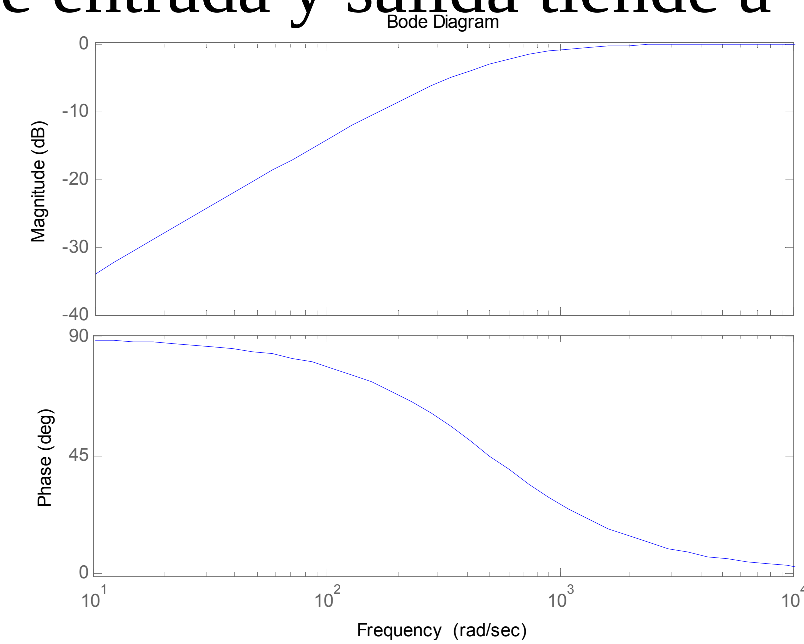
3.1. Filtro Pasa Alto RC



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

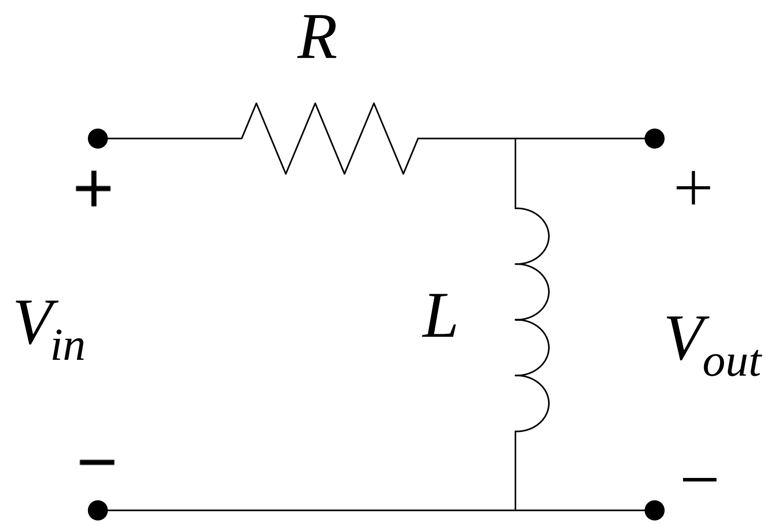
3.1. Filtro Pasa Alto RC

- Si $\omega << \omega_c$ el término ωRC es despreciable y $G \cong 0$, en cuanto a desfase entre entrada y salida, resulta cercano a 90º ($V_s/V_e \approx j\omega RC$)
- Si $\omega >> \omega_c$ el término ωRC es dominante y $G \cong 1$, el desfase entre entrada y salida tiende a –0º



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

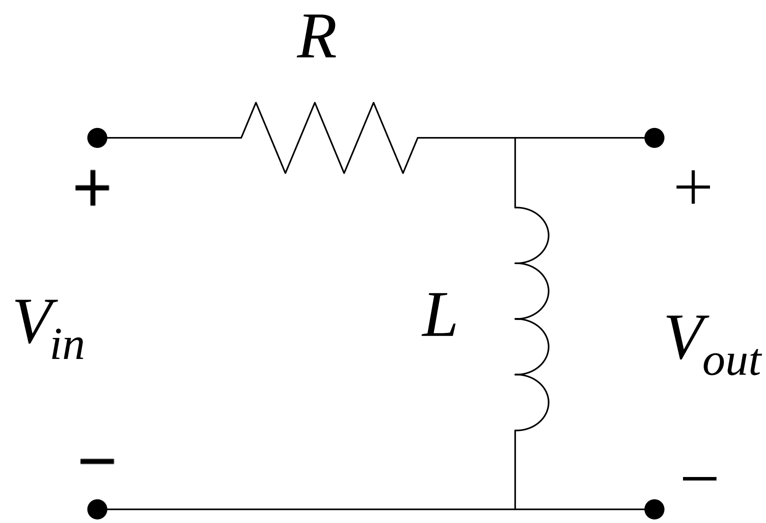
3.2. Filtro Pasa-Alto RL



- La forma general de la función de transferencia de un filtro pasa-alto *RL* es:

$$H(s) = \frac{1}{1 - \frac{1}{s}\frac{R}{L}} \Rightarrow H(s) = \frac{s}{s - \frac{R}{L}} \qquad \omega_c = \frac{R}{L}$$

3.2. Filtro Pasa-Alto RL



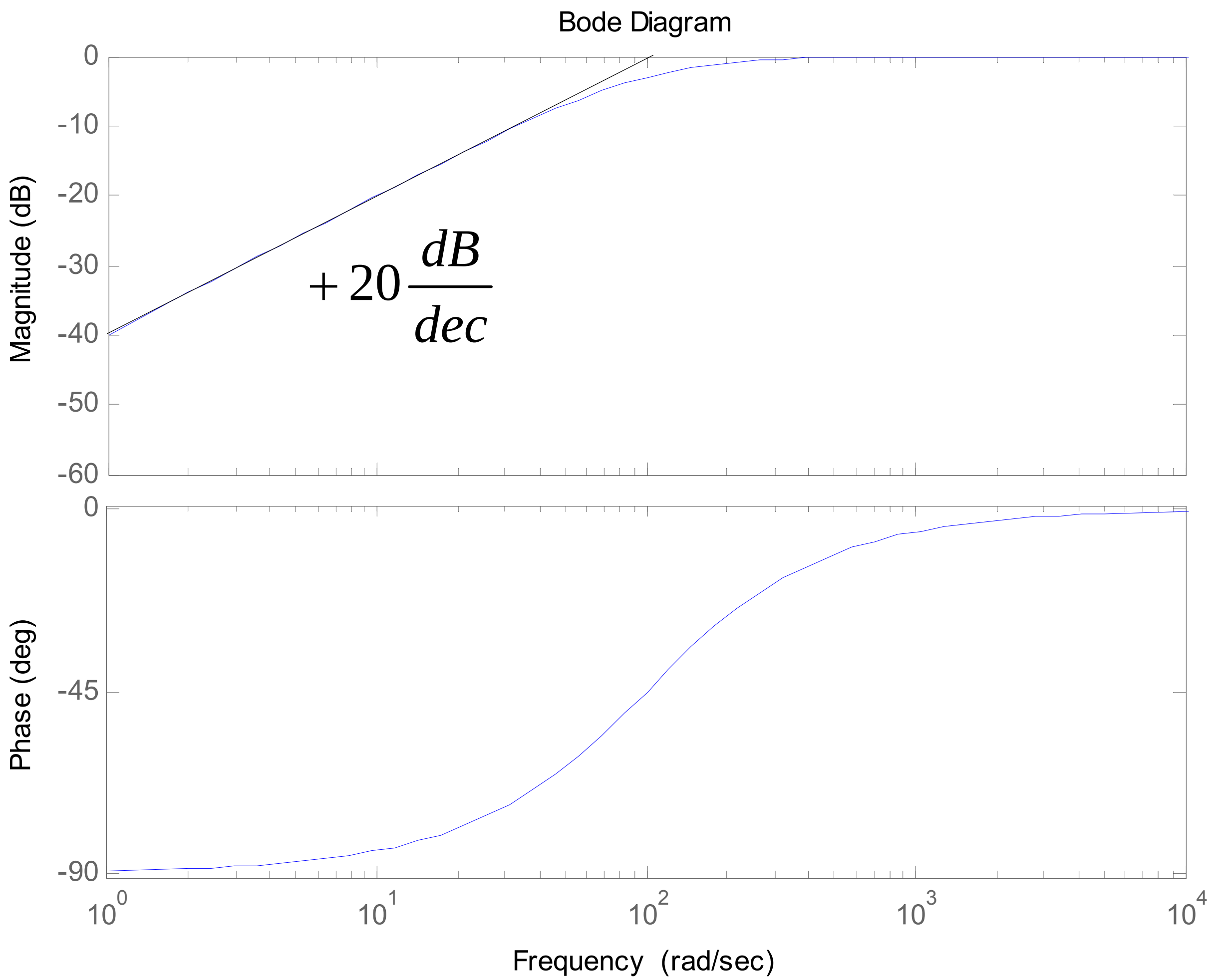
- La forma general de la función de transferencia de un filtro pasa-alto *RL* es:

$$\omega_c = \frac{R}{L} \qquad H(j\omega) = \frac{1}{1 - j\dfrac{\omega_c}{\omega}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

3.2. Filtro Pasa-Alto RL

- Si se considera R = 10Ω, L = 100mH.

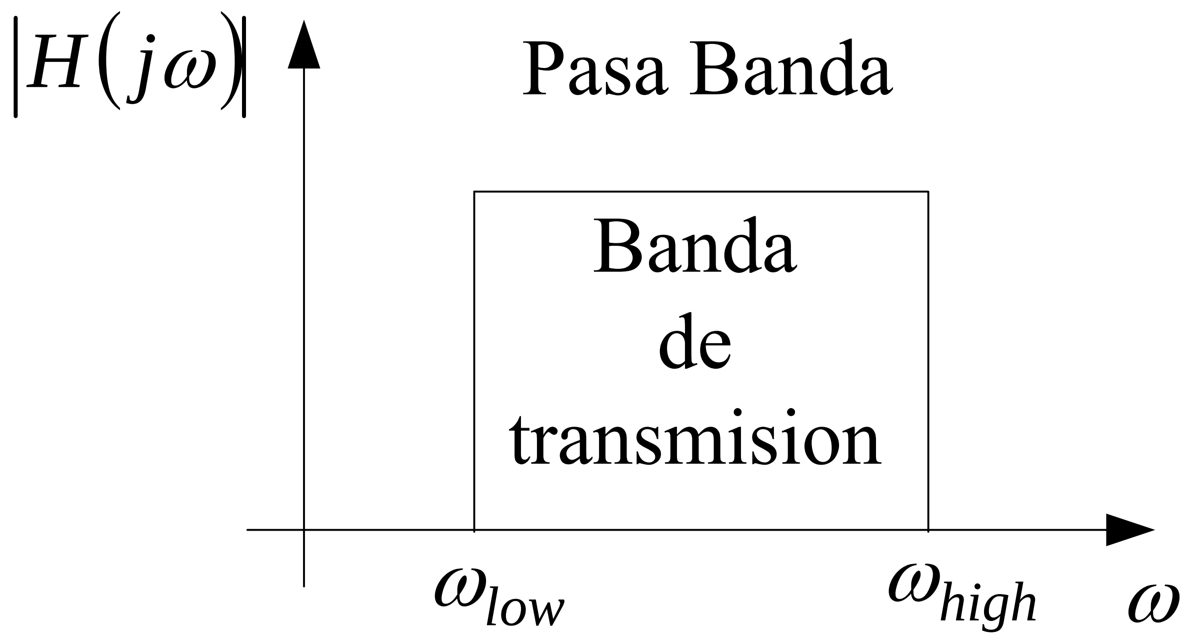


$$\omega_c = 100 rad / seg$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

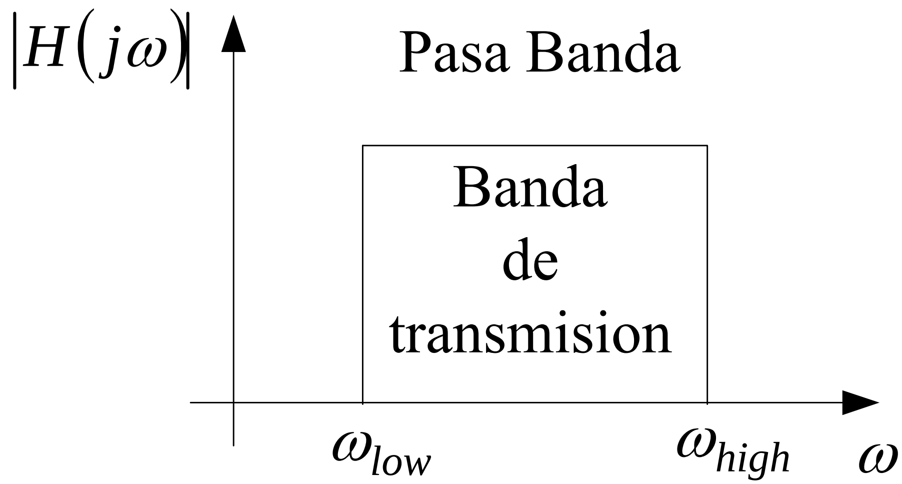
4. Filtro Pasa-Banda

- Un filtro pasa banda, permite el paso de señales con un rango de frecuencia (banda de transmisión) y atenúa con frecuencias fuera de este rango.



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda



Donde:

ω_{low} : frecuencia de corte mas baja

ω_{high} : frecuencia de corte mas alta

ω_0 : centro de frecuencia $\omega_0 = \sqrt{\omega_{low}\omega_{high}}$

B: ancho de banda $B = \omega_{high} - \omega_{low}$

Q: Factor de calidad $Q = \dfrac{\omega_0}{R}$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- Un filtro pasa banda de segundo orden incluye dos elementos de almacenaje (dos capacitores, dos inductores o uno de cada uno).
- La función de transferencia de un filtro pasa banda de segundo orden puede ser escrito:

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- La representación de la magnitud y la fase versus la frecuencia queda:

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{|K|}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$$\angle H(j\omega) = -\frac{|K|}{K}\tan^{-1}\left[Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- El máximo valor de $|H(j\omega)| = |K|$ es llamado la ganancia del filtro.
- La frecuencias de corte puede ser calculado por el hecho de que:

$$|H(j\omega)|_{max} = K$$

- Y ajustando:

$$\left|H\left(j\omega\right)\right| = K/\sqrt{2}$$

- Y resolviendo para ω_c.

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|H(j\omega_c)\right|_{\max} = \frac{K}{\sqrt{2}} = \frac{K}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = 1$$

$$Q\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) = \pm 1$$

$$\omega_c^2 - \omega_0^2 \pm \frac{\omega_c \omega^2}{Q} = 0$$

$$\omega_{low} = \omega_0\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}} - \frac{\omega_0}{2Q}$$

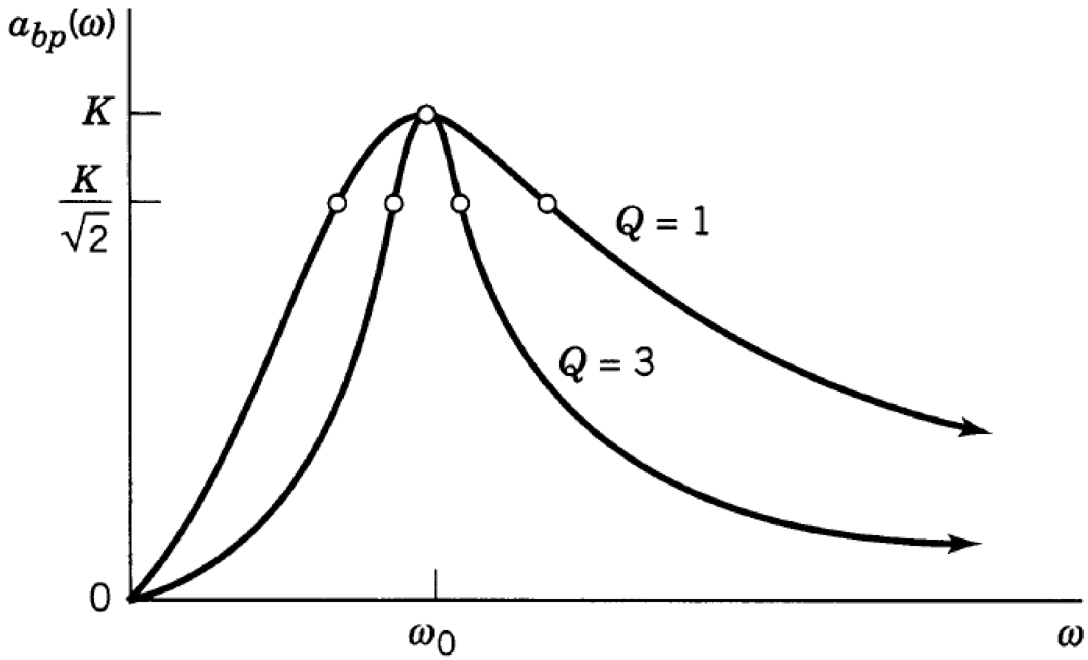
$$\omega_{high} = \omega_0\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- Los trazados de Bode de un filtro de segundo orden se muestran.
- Nótese que así como Q se incrementa el ancho de banda se hace mas pequeño.

$$|H(j\omega)|_{db}$$

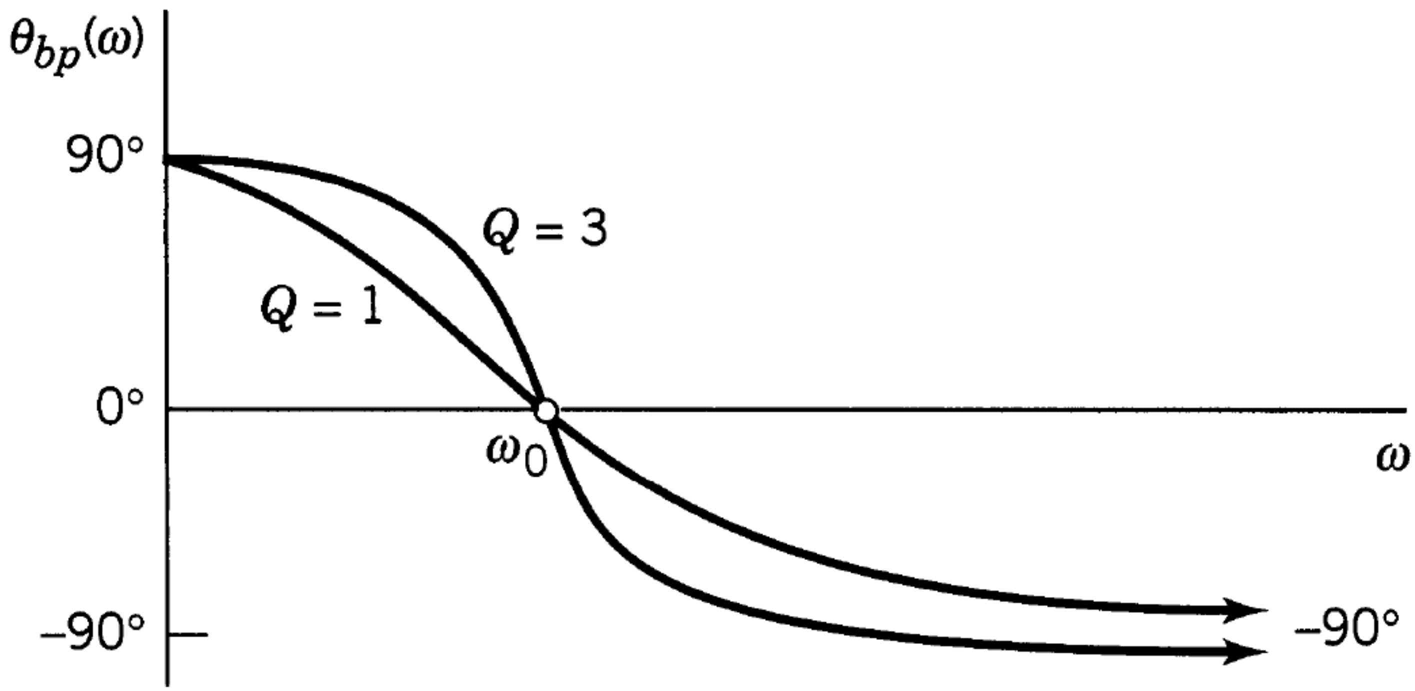


Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- El trazado de la fase resulta ser:

$\angle H(j\omega)$



Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4. Filtro Pasa-Banda

- A bajas frecuencia ω/ω_0 <<1,

  $\left|H\left(j\omega\right)\right| \propto \omega$ (a +20dB/década) y, $\angle H\left(j\omega\right) \rightarrow 90°$

- A altas frecuencia ω/ω_0 >>1,

  $\left|H\left(j\omega\right)\right| \propto 1/\omega$ (a +20dB/década), y) $\angle H\left(j\omega\right) \rightarrow -90°$

- A altas frecuencia $\omega = \omega_0$,

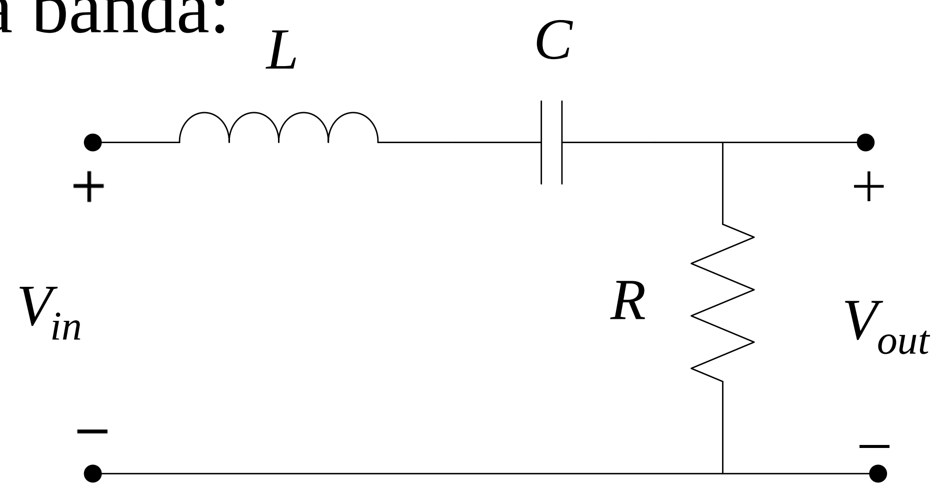
  $H\left(j\omega\right) = K$ (máxima ganancia del filtro)

  $\left|H\left(j\omega\right)\right| = K \qquad \angle H\left(j\omega\right) = 0°$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4.1. Filtro Pasa Banda RLC

- Un circuito RLC como el siguiente corresponde a un filtro pasa banda:

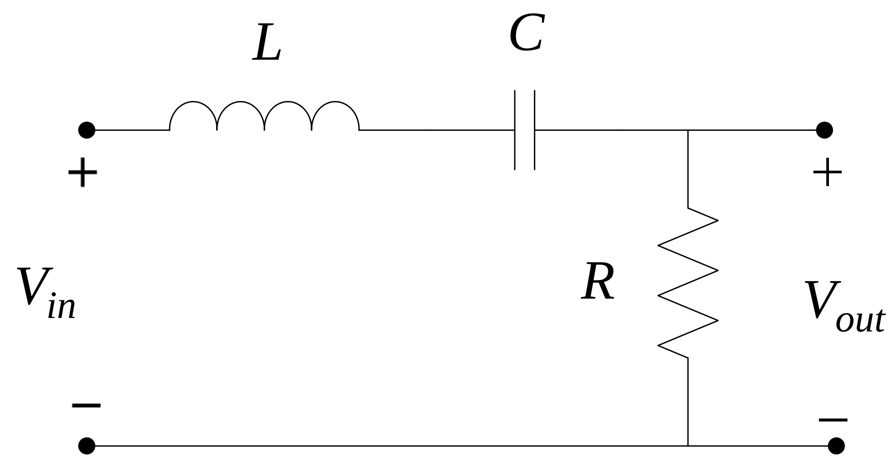


- La función de transferencia resulta ser:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + sL + \dfrac{1}{sC}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4.1. Filtro Pasa Banda RLC



- La función de transferencia resulta ser:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + j\left(L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

4.1. Filtro Pasa Banda RLC

- Fácilmente se puede resolver y lograr:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Q = \frac{\omega_0}{R/L}\sqrt{\frac{L}{R^2C}}$$

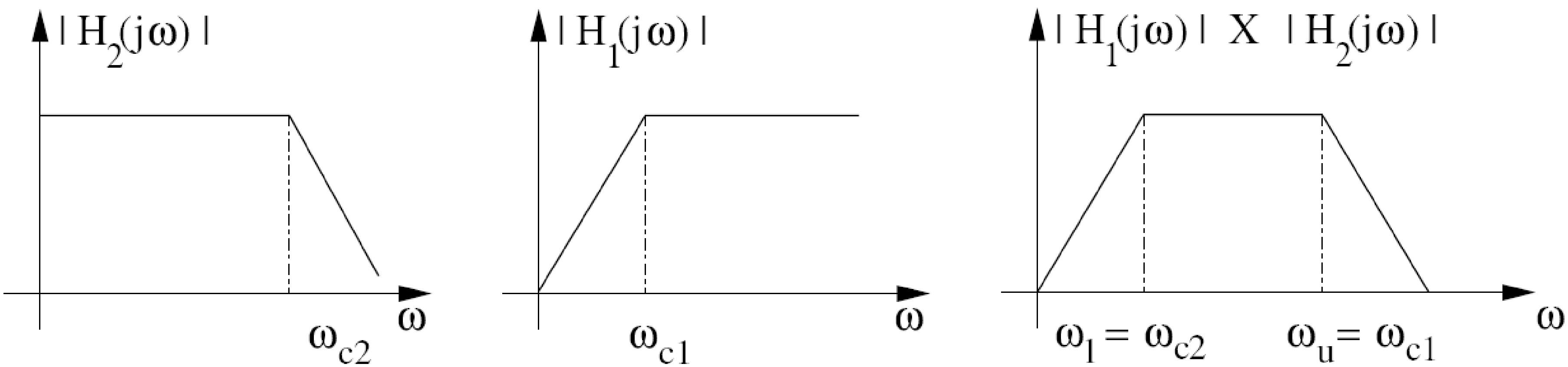
- Para encontrar las frecuencias de corte, solo basta resolver:

$$1 + \left(\frac{\omega_c L}{R} - \frac{1}{\omega_c RC}\right)^2 = 2$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

- Los filtros pasabanda pueden ser construido colocando un filtro pasa-alto y pasa-bajo en cascada.
- El filtro pasaalto se ajusta a la frecuencia menor.
- El filtro pasabajo se ajusta a la frecuencia mayor.

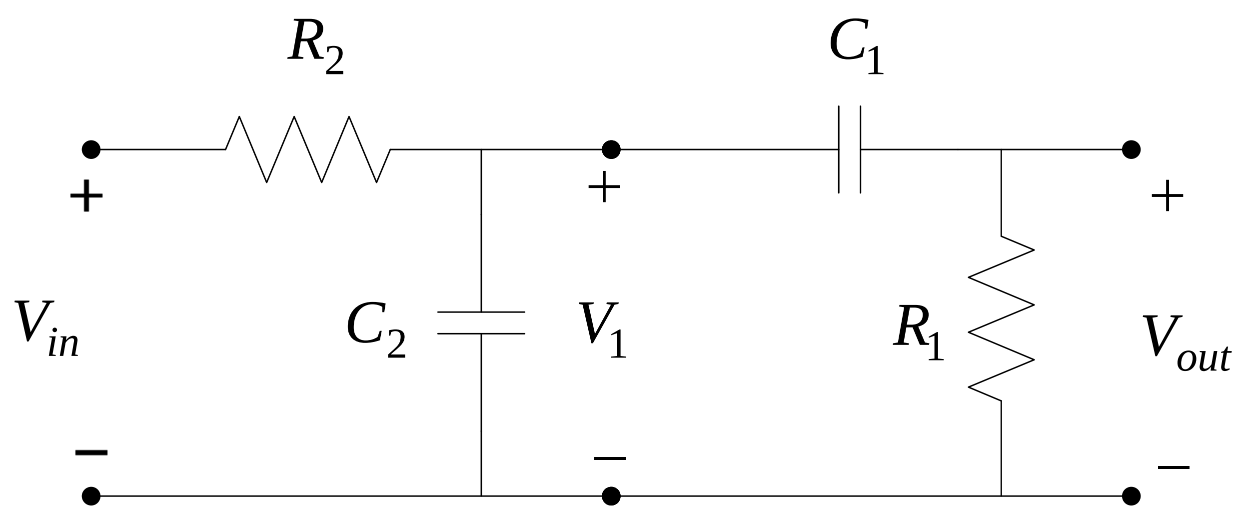


Pasa-bajo + Pasa-alto = Pasa-banda

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

- U ejemplo es dos filtros RC pasa bajo y pasa alto en cascadas.
- Estos filtros son ampliamente usados (cuando son apropiados) en ves de un RLC, ya que los inductores son usualmente grandes y toman mucho espacio.



Filtro Pasa-bajo

Filtro pasa-alto

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

- A fin de lograr un buen acoplamiento de voltaje en el circuito, la impedancia de entrada del pasa-alto (realmente $Z_{in}|_{\min} = R_1$) debe ser mucho mas alta que la impedancia de salida del filtro pasa-bajo (realmente $Z_{out}|_{\min} = R_2$), es decir, se debe cumplir: $R_1 >> R_2$.
- En este caso la función de transferencia resulta:

$$H(j\omega) = H_1(j\omega) \times H_2(j\omega) = \frac{1}{1 + \dfrac{j\omega}{\omega_{c2}}} \times \frac{1}{1 - \dfrac{j\omega_{c1}}{\omega}}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{R_1 C_1} \qquad \omega_{c2} = \frac{1}{R_2 C_2}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

$$H(j\omega)=\frac{1}{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_{c2}}\right)\left(1+\frac{j\omega}{\omega_{c2}}\right)}$$

$$H(j\omega)=\frac{1}{\left(1+\frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}}\right)+j\left(\frac{\omega}{\omega_{c2}}-\frac{\omega_{c1}}{\omega}\right)}$$

- Transformado la función de transferencia a la forma canónica se puede tener:

$$K=\frac{1}{1+\frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

- Transformado la función de transferencia a la forma canónica se puede tener:

$$K = \frac{1}{1 + \dfrac{\omega_{c1}}{\omega_{c2}}}$$

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_{c1} / \omega_{c2}}}{1 + \omega_{c1} / \omega_{c2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}}$$

Francisco M. Gonzalez-Longatt, fglongatt@ieee.org

5. Filtros Pasa Banda, Banda Ancha

- Las frecuencias de corte del filtro resulta ser:

$$\omega_{low} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{\omega_0}{2Q} = \frac{\omega_0}{2Q}\left(\sqrt{1+4Q^2} + 1\right)$$

$$\omega_{low} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{\omega_0}{2Q} = \frac{\omega_0}{2Q}\left(\sqrt{1+4Q^2} - 1\right)$$

- Ignorando el termino $4Q^2$ comparado con 1 (debido Q es pequeño),se tiene:

$$\omega_{low} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}}}{\sqrt{\omega_{c1} / \omega_{c2}}} = \omega_{c2}$$