Operación de Líneas de Transmisión

Problema #1

Una línea de transmisión de un circuito a 60 Hz tiene una longitud de 370 Km. (230 millas). Los conductores son del tipo ASCR *Rook* con espaciamiento en el plano horizontal y 7.25m (23.8 pies) entre ellos. La carga en la línea es de 125 MW a 215 kV con un factor de potencia de 100%. Encontrar el voltaje, la corriente, la potencia en el extremo de envío y la regulación de voltaje de la línea. Determine también la longitud y la velocidad de propagación de la onda de la línea.

Resolución

Con el fin de emplear directamente las Tablas que aparecen en el Anexo A.3 y A.5 del texto “Análisis de Sistemas de Potencia” de William Stevenson Jr., se seleccionan los pies y millas como unidades a emplear.

$$D_{eq} = \sqrt[3]{23.8 \times 23.8 \times 47.6} = 30.0\,pies$$

Entonces se procede a emplear las tablas de conductores de tipo ACSR para el *Rook*. Se procede al calculo de la impedancia serie:

$$z = 0.1603 + j\left(X_L + 2.022 \times 10^{-3}\, f \ln\left(D_{eq}\right)\right) \qquad z = 0.1603 + j\left(0.415 + 0.4127\right)$$

$$z = 0.8431\angle 79.04 \frac{\Omega}{mi}$$

Para la admitancia paralelo resulta:

$$y = j\left[\frac{1}{0.0950 + 0.1009}\right] \times 10^{-6} = 5.105 \times 10^{-6} \angle 90 \frac{siemens}{mi}$$

$$y = 5.105 \times 10^{-6} \angle 90 \frac{siemens}{mi}$$

Se procede al cálculo de la constante de propagación:

$$\gamma l = \sqrt{yz}l = 230\sqrt{0.8431 \times 5.105 \times 10^{-6}} \angle \left(\frac{79.04^\circ + 90^\circ}{2}\right)$$

$$\gamma l = 0.4772\angle 84.52^\circ = 0.04586 + 0.4750\,j$$

Se calcula la impedancia característica:

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0.8431}{5.105 \times 10^{-6}}} \angle \left(\frac{79.04^\circ - 90^\circ}{2}\right) = 406.4\angle 5.48^\circ\,\Omega$$

Se conoce que el voltaje en el extremo de recepción, de línea a neutro es:

$$V_r = \frac{215000}{\sqrt{3}} = 124130\angle 0 \quad \text{Voltios medidos al neutro}$$

Se procede al cálculo de la corriente en el extremo de recepción.

$$I_r = \frac{125MW}{\sqrt{3} \times 215kV} = 335.7\angle 0^\circ \ \text{A}$$

Se procede al cálculo de los valores de las funciones hiperbólicas.

$\gamma l = 0.4772\angle 84.52^\circ = \alpha + j\beta = 0.04586 + 0.4750 j$

Para el coseno se tiene:

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha}\angle\beta + e^{-\alpha}\angle -\beta\right)$$

$$\cosh(\gamma l) = \frac{1}{2}e^{0.0456}\angle 27.22 + \frac{1}{2}e^{-0.0456}\angle -27.22$$

$$\cosh(\gamma l) = 0.4654 + 0.2394 j + 0.4248 - 0.2185 j$$

$$\cosh(\gamma l) = 0.8902 + 0.0209 j = 0.8904\angle 1.34^\circ$$

Mientras que para la función seno resulta:

$$senh(\alpha + j\beta) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha}\angle\beta - e^{-\alpha}\angle -\beta\right)$$

$$senh(\gamma l) = \frac{1}{2}e^{0.0456}\angle 27.22 - \frac{1}{2}e^{-0.0456}\angle -27.22$$

$$senh(\gamma l) = 0.4654 + 0.2394 j - 0.4248 + 0.2185 j$$

$$senh(\gamma l) = 0.0406 + 0.4579 j = 0.4597\angle 84.93^\circ$$

Entonces se procede al cálculo del voltaje de envío a partir de los datos del extremo de recepción:

$$V_s = V_r \cosh\gamma l + I_r Z_c \sinh\gamma l$$

$$V_s = 124130 \times 0.8904\angle 1.34^\circ + 335.7 \times 406.4\angle -5.48^\circ \times 0.4597\angle 84.93^\circ$$

$$V_s = 110495 + 2585 j + 11483 + 61656 j$$

$V_s = 137860\angle 27.77^\circ$ voltios medidos al neutro

Entonces se procede al cálculo del voltaje de envío a partir de los datos del extremo de recepción:

$$I_s = I_r \cosh\gamma l + \frac{V_r}{Z_c}\sinh\gamma l$$

$$I_s = 335.7 \times 0.8904\angle 1.34^\circ + \frac{124.130}{406.4\angle -5.48^\circ} \times 0.4597\angle 84.93^\circ$$

$$I_s = 298.83 + 6.99 j - 1.00 + 140.41 j$$

$$I_s = 332.31\angle 26.33^\circ\ A$$

De tal modo que en el extremo del generador se tiene:

Voltaje de línea = $\sqrt{3} \times 137.86 = 238.8kV$

Corriente de línea = 332.3 A

Factor de potencia = $\cos\left(27.77^\circ - 26.33^\circ\right) = 0.9997 \cong 1.0$

Potencia = $\sqrt{3} \times 238.8 \times 332.3 \times 1.0 = 137443kW$

Si ahora se considera se considera ahora la *línea sin carga* se tiene ($I_r = 0$):

$$V_s = V_r \cosh\gamma l + I_r Z_c \sinh\gamma l$$

$$V_r = \frac{V_s}{\cosh\gamma l}$$

De tal modo que el voltaje resulta ser:

$$V_r = \frac{137.86}{0.8904}$$

De tal modo que la regulación

$$reg = \frac{\frac{137.06}{0.8904} - 124.13}{124.13} \times 100\%$$

$reg = 24.7\%$

La longitud de onda y la velocidad de propagación se calculan como sigue:

$$\gamma l = \alpha + j\beta = 0.04586 + 0.4750\,j$$

$$\beta = \frac{0.4750}{230} = 0.002065\,\frac{rad}{mi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.006065} = 3043 milla$$

$$v = f\lambda = 60 \times 3043 = 182580\,\frac{milla}{s}$$

Particularmente, en este ejemplo se observa que en las ecuaciones para V_s e I_s, el valor del voltaje debe expresarse en voltios y debe ser el voltaje línea a neutro.

Problema #2

Encuentre el circuito equivalente Π, para la línea descrita en el Problema #1, y compárese con el circuito nominal Π.

Resolución

Se conoce los parámetros de la línea, de tal modo que las funciones hiperbolicas resultan ser:

$$\cosh(\gamma l) = 0.8902 + 0.0209\,j = 0.8904\angle 1.34^\circ$$

$$\sinh(\gamma l) = 0.0406 + 0.4579\,j = 0.4597\angle 84.93^\circ$$

Por otra parte, se tiene que la impedancia característica (Z_c) y la constantes de propagación vienen dados por::

$$Z_c = 406.4\angle 5.48^\circ\,\Omega$$

$$\gamma l = 0.4772\angle 84.52^\circ = 0.04586 + 0.4750\,j$$

Se procede al cálculo de los parámetros del modelo:

$$Z' = Z_c senh(\gamma l) \qquad Z' = \sqrt{\frac{z}{y}}senh(\gamma l) = zl\frac{senh\gamma l}{\sqrt{zyl}} \qquad Z' = Z\frac{senh(\gamma l)}{\gamma l} \qquad Z' = Z_c senh(\gamma l)$$

$$Z' = Z_c senh(\gamma l) = 406.4\angle 5.48^\circ \times 0.4597\angle 84.93^\circ$$

$Z' = 186.82\angle 79.45^\circ\,\Omega$ en la rama serie

Para la rama shunt se cumple:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c}\frac{\cosh\gamma l - 1}{senh\gamma l} \qquad \frac{Y'}{2} = \frac{(0.8902 - 0.0208\,j) - 1}{186.82\angle 79.45^\circ}$$

$\frac{Y'}{2} = 0.000599\angle 89.82^\circ$ en cada rama paralelo

Al usar los valores de z y y del problema #1, se encuentra que la impedancia serie del circuito nominal Π, es:

$$Z = z \times l \qquad Z = 230 \times 0.8431\angle 79^\circ.04 = 193.9\angle 79^\circ.04$$

Para la rama paralelo son iguales:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{Y}{2}l = \frac{5.10510^{-6}\angle 90^\circ}{2} = 0.00587\angle 90^\circ\,siemens$$

Para ésta línea de transmisión, la impedancia de la rama serie del circuito nominal Π excede a la del equivalente Π en 3.8%.

La conductancia de las ramas paralelo del circuito nominal Π es 2% menor que la del equivalente Π.

De éstos resultados se concluye que el circuito nominal Π puede representar suficientemente bien las líneas largas si no se requiere un alto grado de exactitud.