

ELC-30714  
Líneas de Transmisión I

---

Capítulo 3  
Parámetro Capacitivo de  
Líneas de Transmisión  
Parte 3

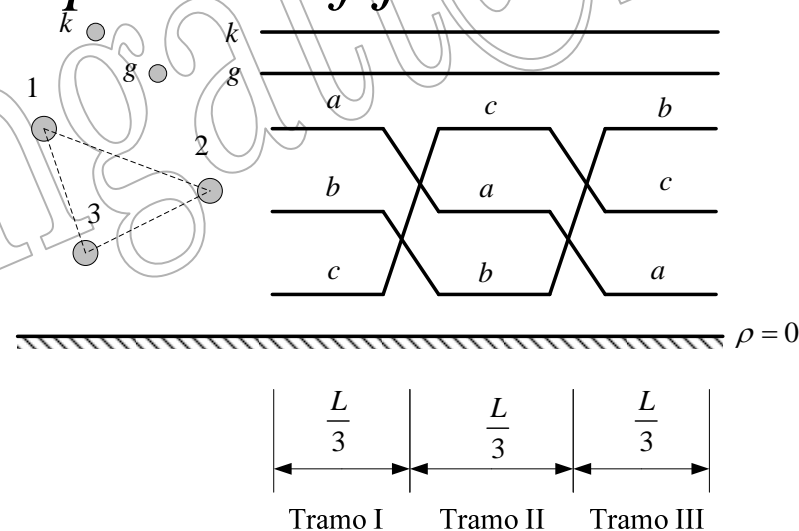
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

[fglongatt@ieee.org](mailto:fglongatt@ieee.org)

<http://www.giaelec.org/fglongatt/LT.htm>

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

- El tipo de transposición que tiene lugar en la práctica, es que los cables de fase cambian de posición en la estructura a lo largo del trayecto a intervalos de longitud simétricos, pero *los cables de guarda para poder cumplir con su efecto de protección, deben mantener su posición fija.*



# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- Como ya se ha demostrado en el caso de la línea trifásica transpuesta con efecto de tierra, el efecto de la transposición es promediar los valores de la diagonal principal y fuera de la diagonal principal de la *matriz de potenciales de Maxwell*.
- En este caso el cable de guarda se encuentra fijo y el valor promedio de los  $[B_{fg}]$  es diferente del promedio de los  $B_{ij}$  ( $i \neq j$ ) de los conductores de fase.

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- De modo que se puede definir los valores promedios diferentes para los conductores de fase y para el cable de guarda.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

donde se cumple:

$$B_{pg} = \ln \left( \frac{HPG_g}{R_g} \right)$$
$$B_{fg} = \ln \left( \frac{HMG_g}{DMG_g} \right)$$

Elementos de Guarda

$$B_{pf} = \ln \left( \frac{HPG_f}{R_f} \right)$$
$$B_{mf} = \ln \left( \frac{HMG_f}{DMG_f} \right)$$

Elementos de Fase

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pg} = \ln\left(\frac{HPG_g}{R_g}\right) \\ B_{fg} = \ln\left(\frac{HMG_g}{DMG_g}\right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{pf} = \ln\left(\frac{HPG_f}{R_f}\right) \\ B_{mf} = \ln\left(\frac{HMG_f}{DMG_f}\right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_g = H_{gg} \\ HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag} H_{bg} H_{cg}} \\ DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag} d_{bg} d_{cg}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \end{array} \right.$$

Elementos de Guarda

Elementos de Fase

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- $H_{ij}$  : distancias entre los conductores de fase y sus respectivas imágenes;
- $H_{ig}$ : distancia entre los conductores de fase y la imagen del cable de guarda.
- $d_{ij}$  : distancias entre los conductores de fase y
- $d_{ig}$  : distancias entre con los cables de guarda.

$$HPG_g = H_{gg}$$

$$HMG_g = \sqrt[3]{H_{ag} H_{bg} H_{cg}}$$

$$DMG_g = \sqrt[3]{d_{ag} d_{bg} d_{cg}}$$

$$HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}}$$

$$HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}}$$

$$DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- Si se aplica la reducción de Kron a esta matriz de potencial; de modo de obtener la matriz reducida 3x3.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{fg} \\ B_{fg} \\ B_{fg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} \end{bmatrix} \frac{1}{B_{gg}}$$

- Si se realiza el producto de la expresión

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- donde los términos de la matriz quedan definidos como:

$$B_p = B_{pf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}}$$

$$B_m = B_{mf} - \frac{B_{fg}^2}{B_{pg}}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- Bajo los términos anteriores queda definida la reactancia capacitiva de secuencia positiva ( $X^+$ ) como:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- LT TRIFASICA CON DOS CABLES DE GUARDA
- La matriz de potenciales de Maxwell; resulta de 5x5.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} & B_{ak} & B_{ag} \\ & B_{bb} & B_{bc} & B_{bk} & B_{bg} \\ & & B_{cc} & B_{ck} & B_{cg} \\ & & & B_{kk} & B_{kg} \\ & & & & B_{gg} \end{bmatrix}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- Aplicando la transposición que se realiza un promedio de los elementos correspondientes a los cables de guarda.
- El promedio de  $B_{gk}$  y  $B_{kg}$  es el mismo valor.

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} B_{pf} & B_{mf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{pf} & B_{mf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{mf} & B_{mf} & B_{pf} & B_{fg} & B_{fg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{pg} & B_{mg} \\ B_{fg} & B_{fg} & B_{fg} & B_{mg} & B_{pg} \end{bmatrix}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

donde se cumple:

$$B_{pg} = \ln \left( \frac{HPG_g}{R_g} \right)$$

$$B_{fg} = \ln \left( \frac{HMG_g}{DMG_g} \right)$$

$$B_{mg} = \ln \left( \frac{H_{gk}}{d_{gk}} \right)$$

Elementos de Guarda

$$B_{pf} = \ln \left( \frac{HPG_f}{R_f} \right)$$

$$B_{mf} = \ln \left( \frac{HMG_f}{DMG_f} \right)$$

Elementos de Fase

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

donde se definen cada uno de los términos como sigue:

$$\left\{ \begin{array}{l} HPG_g = \sqrt{H_{kk} H_{gg}} \\ HMG_g = \sqrt[6]{H_{ag} H_{bg} H_{cg} H_{ak} H_{bk} H_{ck}} \\ DMG_g = \sqrt[6]{d_{ag} d_{bg} d_{cg} d_{ak} d_{bk} d_{ck}} \\ HPG_f = \sqrt[3]{H_{aa} H_{bb} H_{cc}} \\ HMG_f = \sqrt[3]{H_{ab} H_{bc} H_{ac}} \\ DMG_f = \sqrt[3]{d_{ab} d_{bc} d_{ac}} \end{array} \right.$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- En forma más compacta:

$$[B]_{fg} = \begin{bmatrix} [B]_{ff} & [B]_{fg} \\ [B]_{fg} & [B]_{gg} \end{bmatrix}$$

- Si se aplica la reducción de Kron, para obtener la matriz de potenciales de Maxwell reducida, se tiene:

$$[B] = [B]_{ff} - [B]_{fg} ([B]_{gg})^{-1} [B]_{fg}$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- La matriz reducida queda de la forma:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_p & B_m & B_m \\ B_m & B_p & B_m \\ B_m & B_m & B_p \end{bmatrix}$$

- Y en función de sus términos se puede escribir que:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_p = B_{pf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \\ B_m = B_{mf} - \frac{2B_{fg}^2 (B_{pg} - B_{mg})}{B_{pg}^2 - B_{mg}^2} \end{array} \right.$$

# 1. Efecto del Cable de Guarda sobre la Capacitancia de la LT con Transposición

---

- La reactancia de secuencia positiva ( $X^+$ ) resulta ser:

$$X^+ = \frac{B_p - B_m}{j\omega 2\pi\epsilon} = \frac{B_{pf} - B_{mf}}{j\omega 2\pi\epsilon}$$

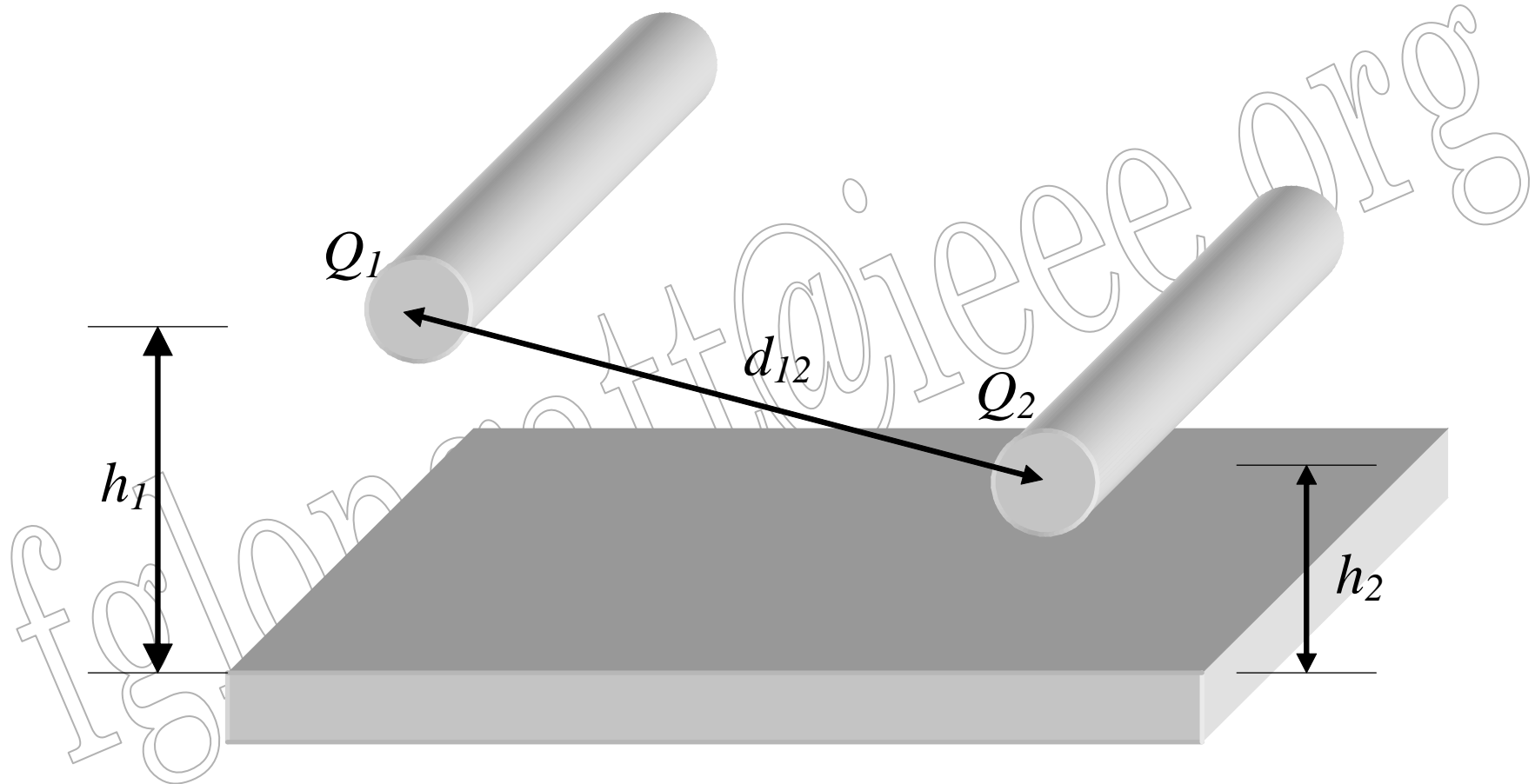
## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- En las líneas de transmisión con tensiones de operación mayor a 230 kV, el *efecto corona* empieza a ser un fenómeno de especial atención para el diseño de las líneas como consecuencia de las pérdidas de potencia activa; y es para evitar este efecto que se empleen varios conductores por fase; constituyendo lo que se denomina *conductores en haz (bundle)*.
- Si se considera dos conductores cilíndricos de radio  $R$ , que se encuentran paralelos entre si y con el plano de tierra

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---



## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- Para este caso la relación de tensiones y variaciones longitudinales de la corriente queda dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dx} \\ \frac{dI_2}{dx} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

- Si se considera que ambos conductores se encuentran conectados eléctricamente en paralelo, se tiene que el potencial respecto a tierra de ambos conductores es el mismo, es decir:  $V_1 = V_2 = V$ .

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dx} = -Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 \\ \frac{dI_2}{dx} = -Y_{12}V_1 - Y_{22}V_2 \end{array} \right.$$

- Si se procede a sumar ambas ecuaciones con la condición de igual potencial en cada conductor se tiene:

$$\frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- Los conductores se encuentran eléctricamente en paralelo, se cumple que la corriente del paralelo ( $I$ ) es la suma de las corrientes en cada conductor  $I_1$  e  $I_2$ .

$$I = I_1 + I_2$$
$$\frac{dI}{dx} = \frac{dI_1}{dx} + \frac{dI_2}{dx}$$

- Operando se tiene:

$$\frac{dI}{dx} = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})V$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- De modo que se puede asumir que la admitancia de estos conductores en paralelo resulta ( $Y$ ):

$$\frac{dI}{dx} = -YV$$
$$Y = -(Y_{11} + 2Y_{12} + Y_{22})$$

- Se conoce que la admitancia esta relacionada con la matriz de potenciales de Maxwell.

$$[Y] = 2\pi\omega\epsilon j[B]^{-1}$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}$$

- En función de los términos de la matriz de potenciales de Maxwell de este sistema se tiene:

$$Y = 2\pi\omega\epsilon_j \frac{(B_{11} + B_{22} - 2B_{12})}{\det([B])}$$

$$\det([B]) = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21}$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- Si se realiza la consideración de que los conductores de esta configuración se encuentran a la misma altura sobre el plano de tierra; resulta:

$$h_1 = h_2 \rightarrow H_{11} = H_{22}$$

- por lo que los términos de la matriz de potenciales de Maxwell  $B_{11} = B_{22}$ ; de modo:

$$Y = \frac{4\pi\epsilon j\omega}{B_{11} + B_{12}}$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- Si se procede a sustituir la definición en términos de logaritmo de los elementos  $B_{11}$  y  $B_{12}$ :

$$Y = \frac{2\pi\epsilon j\omega}{\ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)}$$

- Finalmente la reactancia capacitiva de este conductor compuesto considerando el efecto de tierra puede ser escrita como:

$$X = \frac{1}{2\pi\epsilon j\omega} \ln\left(\frac{\sqrt{H_{11}H_{12}}}{\sqrt{Rd_{12}}}\right)$$

## 2. Matriz Admitancia Capacitiva de Conductores conectados eléctricamente en paralelo

---

- De esta ecuación e interpreta como un conductor equivalente ficticio de radio  $\sqrt{Rd_{12}}$  que se encuentra a una altura sobre el plano de tierra  $\frac{\sqrt{H_{11}H_{22}}}{2}$ , sobre el plano de tierra.

