

## Anexo 2-2

# Estabilidad Transitoria

### 2.1 Problema #1

A un generador sincrónico de cuatro polos, 60 Hz posee una capacidad nominal de 200 MVA, a factor de potencia 0.8 en atraso. El momento de inercia del rotor es de  $45.100 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Determine  $M$  y  $H$ .

*Respuesta.*  $M = 8.5 \text{ MJoules}\cdot\text{rad}/\text{seg}$ ,  $H = 4.0 \text{ MJoules}/\text{MVA}$

### 2.2 Problema #2

Un generador sincrónico de dos polos, 60 Hz, posee una capacidad nominal de 250 MVA, 0.8 factor de potencia en atraso. La energía cinética de la máquina a la velocidad sincrónica es de 1080 MJoules. La máquina esta girando a velocidad sincrónica en régimen estable, entregando 60 MW, a una carga a un ángulo de potencia de 8 grados eléctricos. La carga es repentinamente removida. Determine la aceleración del rotor. Si la aceleración es calculada para el generador es constante por un periodo de 12 ciclos, determine el valor del ángulo de potencia y la velocidad en rpm, al final de este tiempo.

*Respuesta.*  $\text{Aceleración} = 600^\circ/\text{seg}^2$ ,  $\delta_f = 20^\circ$ ,  $\omega_f = 3620 \text{ rpm}$ .

### 2.3 Problema #3

Determine la energía cinética almacenada por un generador sincrónico de dos polos, 250 MVA, 60 Hz, con una constante de inercia  $H$  de 5.4 MJoule/MVA. Asuma que la máquina esta operando en régimen estacionario a la velocidad sincrónica con una entrada en el eje de 331.100 HP. La potencia eléctrica desarrolla un rápido cambio desde su valor normal a un valor de 200 MW. Determine la aceleración, o desaceleración del rotor. Si la aceleración calculada para el generador es constante por un periodo de 9 ciclos, determine el cambio en el ángulo de potencia en ese periodo y la velocidad en rpm, al final de esos 9 ciclos.

*Respuesta.*  $\text{Aceleración} = 376^\circ/\text{seg}^2 = 100 \text{ rpm}/\text{sec}$ ,  $\delta_f = 28^\circ.2$ ,  $\omega_f = 3609.4 \text{ rpm}$ .

### 2.4 Problema #4

Las ecuaciones de oscilación de dos máquinas interconectadas son escritas como:

$$\frac{H_1}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1}$$

$$\frac{H_2}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2}$$

Denote el ángulo relativo de potencia entre las dos máquinas como  $\delta = \delta_1 - \delta_2$ . Obtener la ecuación de oscilación equivalente de una sola máquina en términos de  $\delta$ , demuestre que:

$$\frac{H_{EQ}}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ}$$

Donde:

$$H_{EQ} = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \quad P_{mecEQ} = \frac{P_{mec1} H_2 - H_1 P_{mec2}}{H_1 + H_2} \quad P_{elecEQ} = \frac{P_{elec1} H_2 - H_1 P_{elec2}}{H_1 + H_2}$$

*Resolución.*

Pártase se las ecuaciones de oscilación de cada máquina:

$$\frac{H_1}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \quad \frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} = \frac{\pi f_s}{H_1} (P_{mec1} - P_{elec1})$$

$$\frac{H_2}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \quad \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = \frac{\pi f_s}{H_2} (P_{mec2} - P_{elec2})$$

Si se calcula la diferencia entre ellas:

$$\frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} - \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = \frac{\pi f_s}{H_1} (P_{mec1} - P_{elec1}) - \frac{\pi f_s}{H_2} (P_{mec2} - P_{elec2})$$

Sea  $\delta = \delta_1 - \delta_2$ :

$$\frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} - \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2}$$

Resulta:

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \pi f \left[ \frac{P_{mec1}}{H_1} - \frac{P_{mec2}}{H_2} \right] - \pi f \left[ \frac{P_{elec1}}{H_1} - \frac{P_{elec2}}{H_2} \right]$$

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \pi f \left[ \frac{H_2 P_{mec1} - H_1 P_{mec2}}{H_1 H_2} \right] - \pi f \left[ \frac{H_2 P_{elec1} - H_1 P_{elec2}}{H_1 H_2} \right]$$

Multiplicando en ambos lados por:  $\frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2}$

$$\frac{H_1 H_2}{\pi f (H_1 + H_2)} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \left[ \frac{H_2 P_{mec1} - H_1 P_{mec2}}{H_1 + H_2} \right] - \left[ \frac{H_2 P_{elec1} - H_1 P_{elec2}}{H_1 + H_2} \right]$$

Finalmente comparando término a término:

$$\frac{H_{EQ}}{\pi f_s} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_{mecEQ} - P_{elecEQ}$$

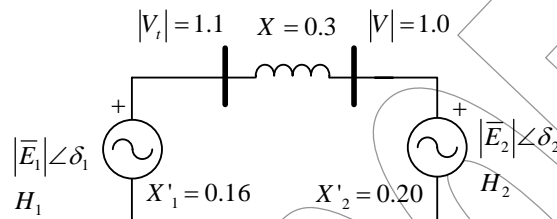
Se obtiene:

$$H_{EQ} = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \quad P_{mecEQ} = \frac{P_{mec1} H_2 - H_1 P_{mec2}}{H_1 + H_2} \quad P_{elecEQ} = \frac{P_{elec1} H_2 - H_1 P_{elec2}}{H_1 + H_2}$$

Para mayor detalle, consultar: Capítulo V, Pag. 132. E.W. Kimbark, "Power System Stability: Volume I: Elements of Stability Calculations". Jhon Willey and Sons.

### 2.5 Problema #5

Dos generadores sincrónicos representados por un voltaje constante detrás de la reactancia esta conectado por una reactancia pura  $X = 0.3$  p.u, como se muestra en la siguiente figura.



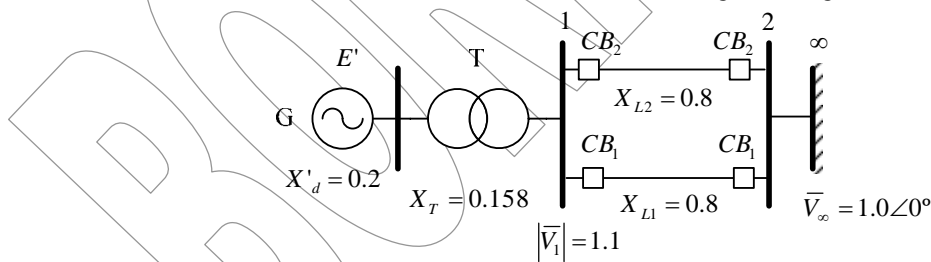
Las constantes de inercia de los generadores son:  $H_1 = 4.0$  Mjoule/MVA, y  $H_2 = 6$  Mjoule/MVA, las reactancias transitorias son  $X'_1 = 0.16$  y  $X'_2 = 0.20$  p.u. El sistema esta operando en régimen estacionario con  $E'_1 = 1.2$ ,  $P_{mec1} = 1.5$ , y  $E'_2 = 1.1$ ,  $P_{mec2} = 1.0$  p.u. Denotar el ángulo entra las máquinas como  $\delta = \delta_1 - \delta_2$ . Refiriéndose al problema anterior, reducir el sistema de dos máquinas a un equivalente de una máquina contra una barra de potencia infinita. Encontrar la constante de inercia equivalente, la entrada de potencia mecánica, al amplitud de su curva de potencia ángulo, y obtener la ecuación de oscilación equivalente, en términos de  $\delta$ .

Respuesta.  $H = 2.4$  MJoule/MVA,  $P_{mecEQ} = 0.5$  p.u,  $P_{max} = 2.0$  p.u,

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 4500(1 - 2 \text{sen} \delta) \quad \delta \text{ en grados.}$$

### 2.6 Problema #6

Una generador sincrónico de 60 Hz, posee una reactancia transitoria de 0.2 p.u, y una constante de inercia de 5.66 MJoule/MVA. El generador es conectado a una barra de potencia infinita a través de un transformador y una línea de trasmisión de doble circuito, como se muestra en la siguiente Figura.



Las resistencias son despreciadas y las reactancias están expresadas en una base de MVA común, y están mostradas en el diagrama anterior. El generador esta entregando una potencia real de 0.77 a la barra 1. La magnitud de voltaje en la barra 1 es de 1.1 por unidad. El voltaje de la barra de potencia infinita es  $\bar{V}_\infty = 1.0 \angle 0^\circ$  por unidad. Determine el voltaje de excitación del generador y obtener la ecuación de oscilación.

Respuesta.  $E' = 1.25 \angle 27^\circ.189$ ,  $0.03 \frac{d^2 \delta}{dt^2} = (0.7 - 1.65 \text{sen} \delta)$ ,  $\delta$  en grados.

## 2.7 Problema #7

Una falla trifásica ocurre en el sistema empleado en el problema anterior, en el extremo de envío de las líneas de transmisión. La falla ocurre a través de una impedancia de 0.082 p.u. Asuma el voltaje de excitación del generador constante a  $E' = 1.25$  por unidad. Obtener la ecuación de oscilación de oscilación, durante la falla.

*Respuesta.*  $0.03 \frac{d^2 \delta}{dt^2} = (0.7 - 0.5 \text{sen} \delta)$ ,  $\delta$  en grados.

## 2.8 Problema #8

La máquina del Problema 6 esta entregando una potencia de 0.77 por unidad a la barra de potencia infinita a un voltaje de 1.0 por unidad. El voltaje de excitación del generador es  $E' = 1.25$  por unidad. Determine:

- El máximo valor de potencia de entrada que puede ser agregado sin que se pierda el sincronismo.
- Repetir (a) con potencia inicial igual a cero. Asuma que el voltaje interno del generador es constante e igual al calculado en (a).

*Respuesta.* (a)  $\Delta P = 0.649 \text{ p.u.}$ , (b)  $\Delta P = 1.195 \text{ p.u.}$

## 2.9 Problema #8

La máquina del Problema 6, esta entregando una potencia real de 0.77 por unidad a la barra de potencia infinita a un voltaje de 1.0 por unidad. El voltaje de excitación de la máquina es de  $E' = 1.25$  por unidad.

- Aun falla trifásica temporal ocurre en el extremo de envío de una de las líneas de transmisión. Cuando la falla es despejada, ambas líneas están intactas. Usando el criterio de las áreas iguales, determine el ángulo crítico de despeje de la falla y el tiempo crítico.
- Una falla trifásica ocurre en la mitad de una de las líneas, y la falla es despejada, y la línea fallada es retirada de servicio. Determine el ángulo crítico.

*Respuesta.* (a)  $\delta_c = 82.593^\circ$ ,  $t_c = 0.273$  segundos, (b)

## 2.10 Problema #9

Dados los datos de una unidad generador del tipo turbina a vapor:

- Potencia nominal: 85.000 kW a factor de potencia, 0.85.
- Voltaje nominal: 13.200 Voltios.
- Velocidad nominal: 1800 rpm.
- Momento de inercia: 859.000 lb-ft<sup>2</sup>.
- Numero de polos: 4
- Frecuencia: 60 Hz.

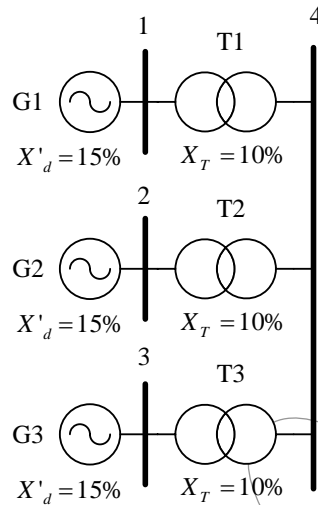
Determine las siguientes cantidades:

- La energía cinética en MJoules a velocidad nominal.
- La constante de inercia  $H$ .
- La constante de inercia  $M$ , en MJoule-seg-grados.
- $M$  en por unidad en la base de 50 MVA.

*Respuesta.* (a)  $E_c = 642$  MJoule. (b)  $H = 6.42$  MJoule/MVA (c)  $M = 0.0595$  MJ-seg-grados. (d)  $M = 0.00119$  p.u.

## 2.11 Problema #10

Determine el modelo del generador equivalente, es decir, Potencia nominal equivalente, constante de inercia  $H$ , equivalente, impedancia transitoria equivalente y voltaje nominal equivalente, todo en base a la potencia y voltaje del generador equivalente, para el estudio de estabilidad transitoria de las siguientes tres maquinas.



G1 = G2 = G3: Potencia nominal = 20 MVA, Voltaje Nominal = 13.8 kV,  $X'_d = 15\%$   $H = 6$  segundos.  
 T1 = T2 = T3: Potencia nominal = 20 MVA, 13.8 kV/115kV,  $X_T = 10\%$ .

*Respuesta.*  $S_{EQ} = 60$  MVA,  $X_{EQ} = 0.15$  p.u.,  $H_{EQ} = 6$  p.u.

### 2.12 Problema #11

Dos unidades generadoras de 60 hz, operar en paralelo dentro de la misma central generadora y poseen los siguientes valores nominales:

Unidad #1: 500 MVA, FP = 85%, 20 kV, 3600 rpm,  $H_1 = 4.8$  MJ/MVA.

Unidad #2: 1333 MVA, FP = 90%, 22 kV, 1800 rpm,  $H_2 = 3.27$  MJ/MVA.

Calcular la constante de inercia equivalente  $H_{EQ}$ , para las dos unidades, sobre la base de 100 MVA.

*Resolución.*

La energía cinética de las dos máquinas es:

$$E_c = \left( 4.8 \frac{MJ}{MVA} \times 500MVA \right) + \left( 3.27 \frac{MJ}{MVA} \times 1333MVA \right) \quad E_c = 6759MJ$$

La constante de inercia equivalente para 100 MVA resulta:  $H_{EQ} = \frac{6759MJ}{100MVA} = 67.59 \frac{MJ}{MVA}$

Y la constante de inercia de cada máquina puede ser estimada por:

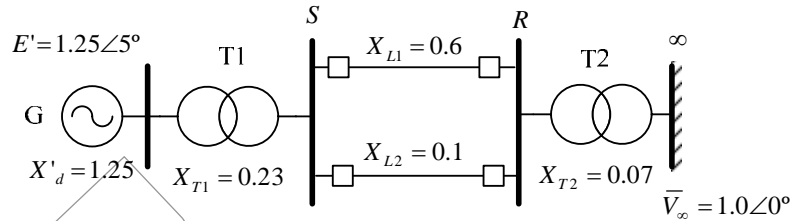
$$H_{1b} = \frac{H_1 G_1}{S_{base}} \quad H_{1b} = \frac{4.8MJ / MVA \times 500MVA}{100MVA} \quad H_{1b} = 24 p.u$$

$$H_{2b} = \frac{H_2 G_2}{S_{base}} \quad H_{2b} = \frac{3.27MJ / MVA \times 1333MVA}{100MVA} \quad H_{2b} = 43.5891 p.u$$

Finalmente:  $H_{EQ} = H_{1b} + H_{2b} \quad H_{EQ} = 67.5891 p.u$

### 2.13 Problema #12

En el sistema que se muestra en la Figura determine el ángulo crítico de despeje de los interruptores de la línea L2, cuando ocurre una falla en el extremo de recepción ocurre una falla por cortocircuito trifásico.



### 2.14 Teóricas 1

Demuestre por diagramas como el criterio de áreas iguales puede ser aplicado para examinar la estabilidad de un sistema de dos máquinas sujeto a las siguientes perturbaciones:

- Una línea fallada, despejada por la sucesiva apertura de dos interruptores de circuito.
- Una falla en un alimentador radial, despejado por la desconexión del alimentador.
- Una falla en línea, despejada por la apertura simultánea de los interruptores de circuito en ambos extremos de la línea, seguido del subsiguiente y simultáneo recierre de los mismos interruptores.
- La apertura de un circuito de una línea de doble circuito por una operación normal de maniobra.
- Un rápido incremento en la carga en el eje de un motor síncronico.

### 2.15 Teóricas 2

Un motor síncronico, es alimentado con potencia eléctrica desde una barra de potencia infinita por un circuito con resistencia despreciable, esta operando con una potencia inicial en el eje  $P_0$ , la cual es súbitamente incrementada por un valor  $\Delta P$ . La curva de potencia ángulo posee una amplitud  $P_{max}$ . Obtener la ecuación del aumento crítico de carga  $\Delta P / P_{max}$ , como una función de la carga inicial  $P_0 / P_{max}$ . Dibujar la ecuación. Cuanto error puede haber en asumir que la ecuación puede ser representada por una línea recta entre dos puntos, donde la curva verdadera intercepta los ejes coordenados?

### 2.16 Teóricas 3

Deducir la ecuación para el límite de estabilidad transitoria  $P_L$ , de una sistema de dos máquinas con reactancia sujeta a una falla sostenida, expresando el límite en términos de las siguientes cantidades:

- $P_{max}$  = amplitud de la curva potencia ángulo previa a la falla.
- $r_1 P_{max}$  = amplitud de la curva potencia ángulo durante la falla.
- $\delta_0$  = Desplazamiento angular inicial.

Grafique la curva  $P_L / P_{max}$  versus  $r_1$ .

### 2.17 Teóricas 4

Deducir la ecuación del límite estabilidad de un sistema reactivo con dos máquinas, sujeto a una falla de una alimentador radial y su subsecuentes despeje por la desconexión del alimentador a un ángulo de despeje  $\delta_c$ . Use la notación del ejercicio teórico 3.

### 2.18 Teóricas 4

Deducir una ecuación para el límite de estabilidad transitoria de un sistema de dos máquinas unidad por una reactancia sujeta a una falla en una línea de transmisión y su subsecuente despeje por la apertura simultanea de los interruptores asociados a ambos extremos de la línea fallada. El límite de estabilidad debe ser expresado en términos de las cantidades expresadas en el ejercicio teórico 3, y las siguientes cantidades:

- $r_2 P_{max}$  = amplitud de la curva de potencia ángulo post-falla.

$\delta_c$  = Angulo de despeje.

### 2.19 Teóricas 5

Mencione las suposiciones del modelo clásico para modelar el generador sincrónico en el estudio de estabilidad transitoria.

BORRADOR

Solo para ser empleado con objetivo de evaluación, o académicos. Prohibido la reproducción total o parcial de este documento.