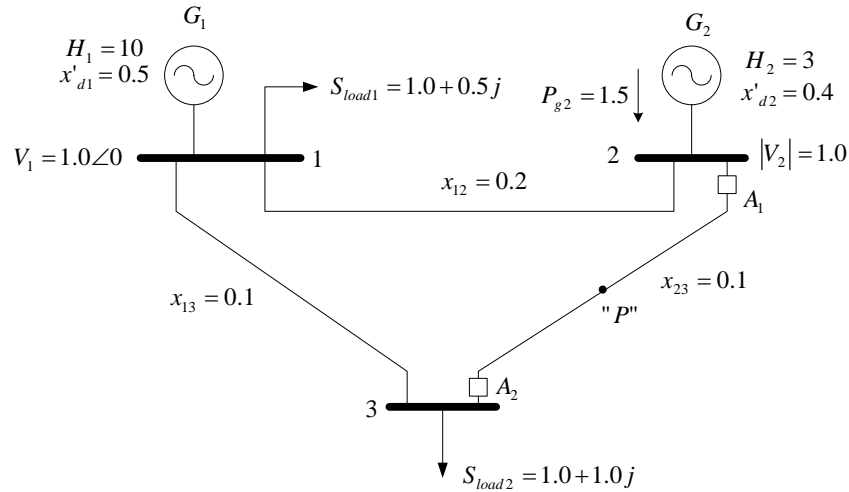


Ejemplo 22, Maulio Rodríguez

En el siguiente sistema de potencia ocurre un cortocircuito trifásico sólido en el punto "P", el cual está ubicado exactamente en la mitad de la línea 2-3. Los interruptores A_1 y A_2 abren para despejar la falla.

1. Calcular y dibujar diferentes curvas de oscilación del generador 2, para diferentes tiempos de despeje de la falla, tomando al generador 1 como referencia.
2. Calcular aproximadamente el tiempo crítico de falla del generador 2.

Los datos del sistema están dados en valores por unidad sobre las mismas bases.



Resolución

En este problema se trata la estabilidad multi-máquina clásica, y se considera que uno de los generadores es considerado como referencia. En este caso se toma como referencia, el generador ubicado en la barra 1, debido a que es el que posee la más alta constante de inercia.

Paso 1. Con los datos dados en la red se procede a conocer el estado estable inicial del sistema. Para ello es común que se efectúe un flujo de potencia.

Con el flujo de potencia se desea conocer: (a) El voltaje en todas las barras (magnitud y ángulo), (b) la corriente que aporta cada generador, (c) el voltaje interno de cada máquina o voltaje detrás de la reactancia de la máquina (magnitud y ángulo), (d) la potencia eléctrica en cada barra, (e) la potencia eléctrica en cada generador, (f) la admitancia de cada carga.

En este caso particular, se ha tomado la barra 1, como barra oscilante, la barra 2 como una barra de generación (PV sin límites de reactivos) y la barra 3 como una barra de carga (PQ)

$$\begin{aligned} \text{Barra 1:} & \quad V_1 = 1.0 \angle 0 \\ \text{Barra 2:} & \quad |V_2| = 1.0 \quad P_{g2} = 1.5 \\ \text{Barra 3:} & \quad S_{load3} = 1.0 + 1.0j \end{aligned}$$

Luego de efectuar el flujo de potencia se tiene como resultado:

$$\begin{aligned} \text{Barra 1:} & \quad P_{g1} = 0.5 \quad Q_{g1} = 1.083 \\ \text{Barra 2:} & \quad \theta_2 = 5.904 \quad Q_{g2} = 0.635 \\ \text{Barra 3:} & \quad V_3 = 0.944 \angle -0.087 \end{aligned}$$

Con los resultados del flujo de potencia se procede a determinar la corriente que entrega cada generador:

Para el generador 1 se tiene:

$$I_{g1} = \left[\frac{S_{g1}}{V_1} \right]^* \quad I_{g1} = \frac{0.5 + 1.083j}{1 \angle 0} \quad I_{g1} = 0.5 - 1.083j \text{ p.u.}$$

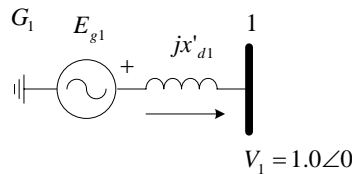
$$I_{g1} = 1.19285 \angle -65.21815 \text{ p.u.}$$

De modo análogo para el generador 2, resulta:

$$I_{g2} = \left[\frac{S_{g2}}{V_2} \right]^* \quad I_{g1} = \frac{1.5 + 0.635j}{1.0 \angle 5.904} \quad I_{g1} = 1.557 - 0.477 \text{ jp.u.}$$

$$I_{g2} = 1.62846 \angle -17.03288 \text{ p.u.}$$

Se determina el voltaje interno de cada generador, o el voltaje detrás de la reactancia del generador:



Efectuando el respectivo recorrido de mallas se tiene:

$$E_{g1} = V_1 + jx'_{d1} I_{g1} \quad E_{g1} = 1.562 \angle 9.212$$

De tal modo que el ángulo interno de la maquina resulta ser:

$$\delta_{01} = 9.212$$

Procediendo de modo semejante para el generador 2 se tiene:

$$E_{g1} = 1.390 \angle 31.474 \quad \text{por lo que } \delta_{02} = 31.474$$

Las potencias entregadas por los generadores 1 y 2 (P_{g1} y P_{g2}) y las potencias de las cargas conectadas en las barras 1 y 3 son (P_{load1} y P_{load3}) son:

$$P_{g1} = 0.5 \quad P_{g2} = 1.5 \quad P_{load1} = -1.0 \quad P_{load2} = -1.0$$

De tal modo, si se desprecian las pérdidas internas de cada generador se tiene que la potencia mecánica de entrada de cada uno de ellos es igual a su potencia eléctrica generada por lo que se cumple:

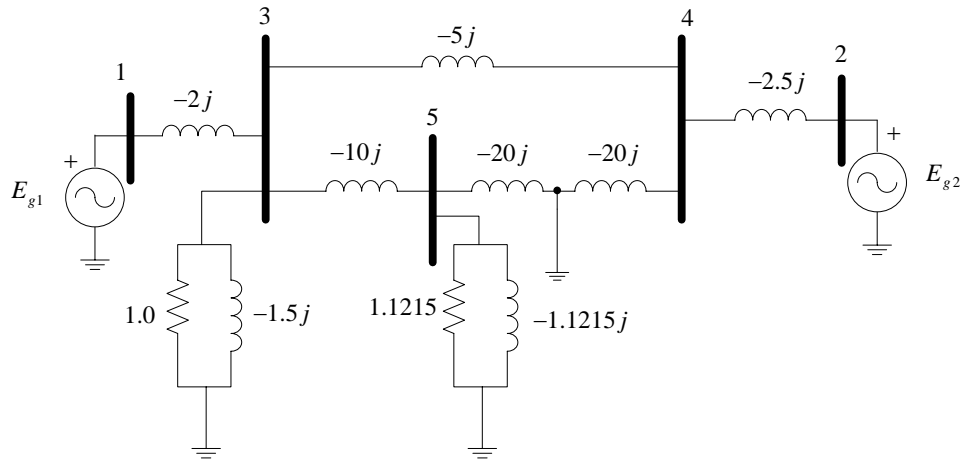
$$P_{mec1} = P_{g1} = 0.5 \quad P_{mec2} = P_{g2} = 1.5$$

Se procede al cálculo de la admitancia de cada una de las cargas:

$$Y_{load1} = \frac{S_{load1}^*}{|V_1|^2} \quad Y_{load1} = \frac{1.0 - 0.5j}{|1.0|^2} \quad Y_{load1} = 1.0 - 0.5 \text{ jp.u.}$$

$$Y_{load3} = \frac{S_{load3}^*}{|V_3|^2} \quad Y_{load3} = \frac{1.0 - 1.0j}{|0.944|^2} \quad Y_{load3} = 1.1215 - 1.1215 \text{ jp.u.}$$

Se procede a aumentar el tamaño del sistema de potencia agregando una barra para cada generador y que se ubica detrás de la impedancia de la maquina, y se reescribe el número de las barras de modo que los nodos de los generadores sean los primeros números, el diagrama equivalente en admitancias durante la falla es el siguiente:



Para esta condición de la red se tiene que la matriz admitancia de barra es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -2.0j & 0.0 & 2.0j & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -2.5j & 0.0 & 2.5j & 0.0 \\ 2.0j & 0.0 & 1-17.5j & 5.0j & 10.0j \\ 0.0 & 2.5j & 5.0j & -27.5j & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 10.0j & 0.0 & -31.1215j \end{bmatrix}$$

Se procede a dividir la matriz de admitancias en cuatro submatrices:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix}$$

La matriz admitancia de barra entonces es reducida en orden por la aplicación de la reducción de kron, llevándola a solo las barras de generación:

$$Y_{bus} = Y_{AA}Y_{AA} - Y_{AB}Y_{BB}^{-1}Y_{BA}$$

Operando resulta:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.0248 - 1.7032j & 0.0056 + 0.0676j \\ 0.0056 + 0.0676j & 0.0013 - 2.2575j \end{bmatrix}$$

En forma polar resulta que cada término es:

$$Y_{11} = 1.7034 \angle -89.31658$$

$$Y_{12} = Y_{21} = 0.0678 \angle -85.2644$$

$$Y_{22} = 2.2575 \angle -89.967$$

Aplicando la teoría se conoce que la potencia de cada unidad puede ser expresada como:

$$P_{elec1} = |E_{g1}|^2 |Y_{11}| \cos(-\theta_{11}) + |E_{g1}| |E_{g2}| |Y_{12}| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$$

$$P_{elec2} = |E_{g2}|^2 |Y_{22}| \cos(-\theta_{22}) + |E_{g1}| |E_{g2}| |Y_{12}| \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21})$$

Sustituyendo los respectivos valores resulta:

$$P_{elec1} = |1.562|^2 |1.7034| \cos(89.1658) + |1.562| |1.390| |0.0678| \cos(\delta_2 + 85.2644)$$

$$P_{elec2} = |1.390|^2 |2.2575| \cos(89.967) + |1.390| |1.562| |0.0678| \cos(\delta_2 - 85.2644)$$

Resolviendo:

$$P_{elec1} = 0.0605 + 0.1472 \cos(\delta_2 + 85.2644)$$

$$P_{elec2} = 0.0025 + 0.1472 \cos(\delta_2 - 85.2644)$$

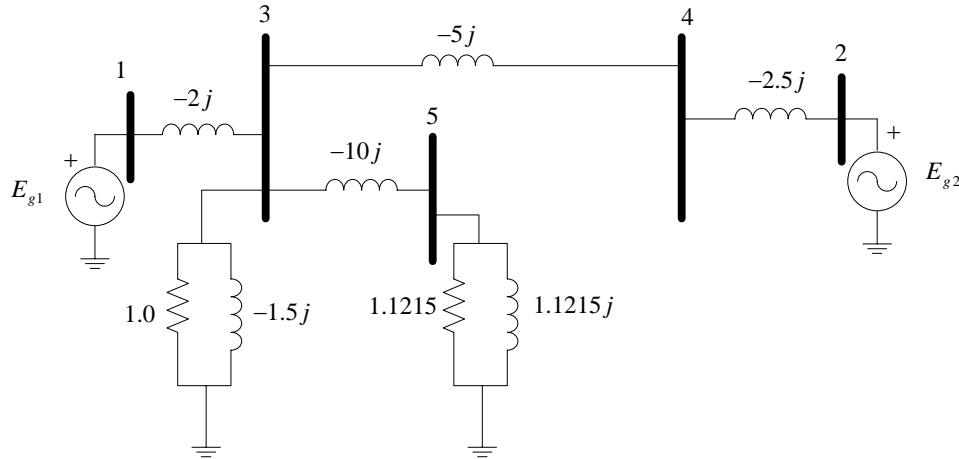
Debido a que se ha seleccionado una maquina a referencia, se puede emplear la ecuación de la maquina equivalente contra una barra de potencia infinita:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H_2} \left[\left(P_{mec2} - \frac{H_2}{H_1} P_{mec1} \right) - \left(P_{elec2} - \frac{H_2}{H_1} P_{elec1} \right) \right]$$

Sustituyendo valores y resolviendo se tiene:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 85.806 - 11.630 \sin(\delta_2 + 0.04475 \text{ rad}) \quad \text{DURANTE LA FALLA.}$$

Una vez que la falla es retirada, la configuración de la red cambia, y en consecuencia la red queda de la forma:



Resultando que la matriz admitancia de barra para esta situación es:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -2.0j & 0.0 & 2.0j & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -2.5j & 0.0 & 2.5j & 0.0 \\ 2.0j & 0.0 & 1-17.5j & 5.0j & 10.0j \\ 0.0 & 2.5j & 5.0j & -7.5j & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 10.0j & 0.0 & 1.1215-11.1215j \end{bmatrix}$$

Aplicando kron para reducir el orden de la matriz:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 0.2424-1.3276j & 0.2040+0.560j \\ 0.2040+0.5600j & 0.1683-1.1992j \end{bmatrix}$$

En forma polar resulta que cada término es:

$$Y_{11} = 1.3495 \angle -79.6526$$

$$Y_{12} = Y_{21} = 0.5960 \angle 69.984$$

$$Y_{12} = 1.2110 \angle -82.0111$$

Con estos nuevos valores las ecuaciones de potencia eléctrica luego de la falla resultan ser:

$$P_{elec1} = 0.5913 + 1.2940 \cos(\delta_2 + 69.984)$$

$$P_{elec2} = 0.3251 + 1.12940 \cos(\delta_2 - 69.984)$$

Finalmente la ecuación de oscilación resulta:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 75.536 - 101.209 \operatorname{sen}(\delta_2 + 0.1935 \operatorname{rad}) \quad \text{DESPUÉS DE LA FALLA.}$$

Para construir la curva de oscilación, se procede a resolver las ecuaciones de oscilación aplicando el Método de Euler, para diferentes tiempos de despeje de falla.

Inicialmente se evalúan cinco tiempos de despejes diferentes: 0.06 seg, 0.08 seg, 0.09 seg, 0.10 seg, y falla sostenido.

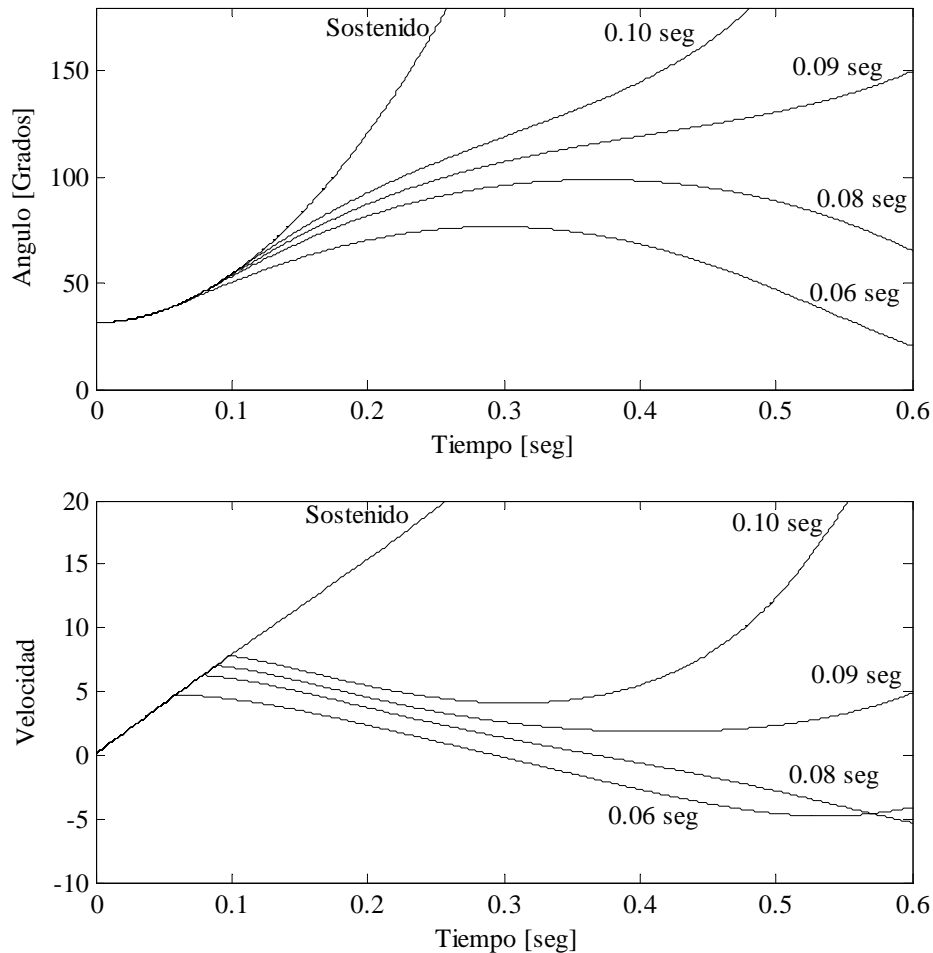


Figura 1. Velocidad y Angulo del Generador 2, para varios tiempos de despeje. Simulaciones con Método de Euler, con paso $\Delta t = 0.001$ seg.

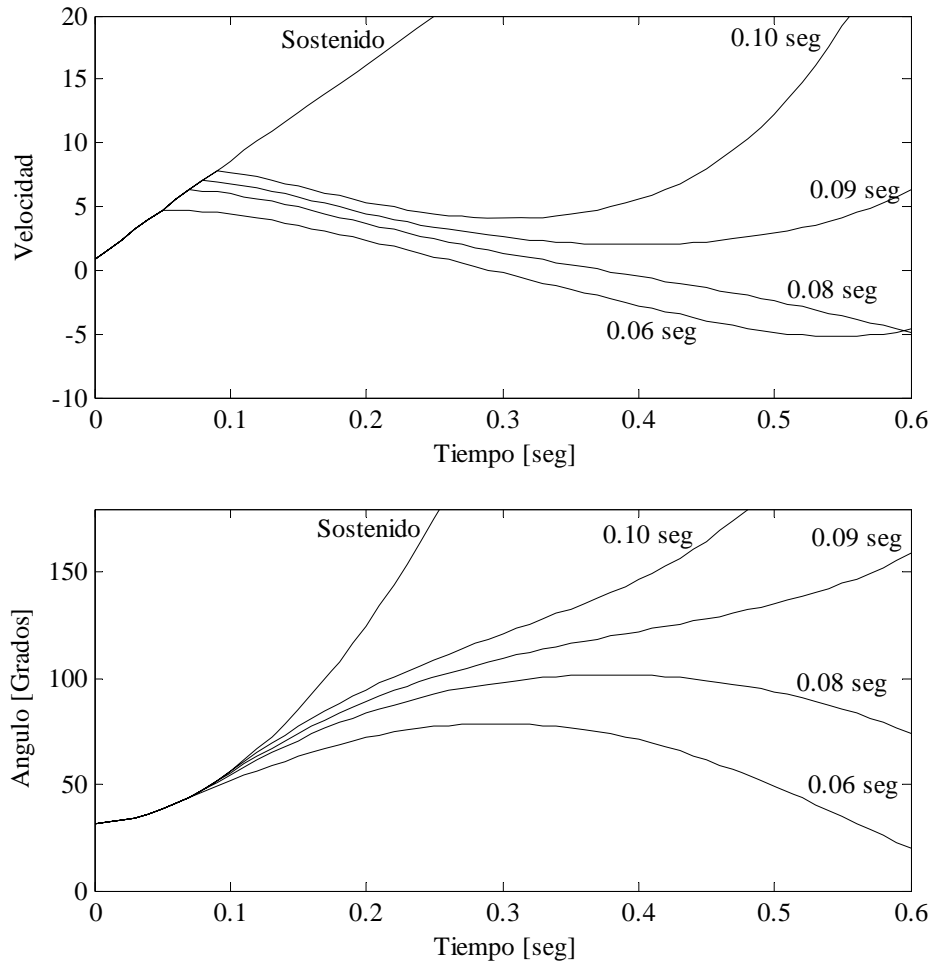


Figura 2. Velocidad y Angulo del Generador 2, para varios tiempos de despeje. Simulaciones con Método de Euler, con paso $\Delta t = 0.01$ seg.

Tabla 1. Resultados de Velocidad del Generador 2 en por unidad para varios tiempos de despeje. Simulaciones con Método de Euler, con paso $\Delta t = 0.01$ seg.

t	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0.00	0.7930	0.7930	0.7930	0.7930	0.7930
0.01	1.5859	1.5859	1.5859	1.5859	1.5859
0.02	2.3781	2.3781	2.3781	2.3781	2.3781
0.03	3.1688	3.1688	3.1688	3.1688	3.1688
0.04	3.9573	3.9573	3.9573	3.9573	3.9573
0.05	4.7428	4.7428	4.7428	4.7428	4.7428
0.06	4.7300	5.5248	5.5248	5.5248	5.5248
0.07	4.6869	6.3027	6.3027	6.3027	6.3027
0.08	4.6153	6.2264	7.0761	7.0761	7.0761
0.09	4.5172	6.1155	6.9651	7.8446	7.8446
0.10	4.3950	5.9737	6.8194	7.6988	8.6081
0.11	4.2509	5.8049	6.6437	7.5197	9.3666
0.12	4.0872	5.6132	6.4432	7.3135	10.1203
0.13	3.9064	5.4023	6.2227	7.0863	10.8696
0.14	3.7107	5.1761	5.9870	6.8440	11.6153
0.15	3.5021	4.9380	5.7404	6.5921	12.3585
0.16	3.2828	4.6912	5.4871	6.3358	13.1003
0.17	3.0545	4.4387	5.2306	6.0797	13.8425
0.18	2.8189	4.1829	4.9744	5.8280	14.5870
0.19	2.5776	3.9262	4.7211	5.5843	15.3360
0.20	2.3316	3.6703	4.4732	5.3517	16.0921
0.21	2.0822	3.4170	4.2328	5.1329	16.8580
0.22	1.8302	3.1673	4.0014	4.9301	17.6363
0.23	1.5764	2.9223	3.7805	4.7454	18.4301
0.24	1.3214	2.6826	3.5710	4.5803	19.2418
0.25	1.0656	2.4488	3.3738	4.4361	20.0738
0.26	0.8093	2.2211	3.1893	4.3142	20.9280
0.27	0.5527	1.9996	3.0181	4.2155	21.8055
0.28	0.2960	1.7842	2.8603	4.1410	22.7064
0.29	0.0393	1.5747	2.7161	4.0917	23.6296
0.30	-0.2174	1.3708	2.5856	4.0684	24.5729
0.31	-0.4741	1.1721	2.4686	4.0723	25.5323
0.32	-0.7309	0.9782	2.3653	4.1044	26.5025
0.33	-0.9876	0.7884	2.2754	4.1658	27.4769
0.34	-1.2442	0.6022	2.1989	4.2581	28.4475
0.35	-1.5006	0.4190	2.1357	4.3829	29.4060
0.36	-1.7566	0.2380	2.0858	4.5419	30.3440
0.37	-2.0119	0.0587	2.0492	4.7372	31.2541
0.38	-2.2661	-0.1197	2.0260	4.9715	32.1308
0.39	-2.5187	-0.2979	2.0161	5.2474	32.9712
0.40	-2.7690	-0.4765	2.0198	5.5682	33.7763
0.41	-3.0160	-0.6563	2.0373	5.9375	34.5506
0.42	-3.2588	-0.8379	2.0690	6.3596	35.3030
0.43	-3.4961	-1.0220	2.1152	6.8389	36.0452
0.44	-3.7265	-1.2093	2.1765	7.3806	36.7911
0.45	-3.9482	-1.4002	2.2536	7.9904	37.5551
0.46	-4.1594	-1.5954	2.3471	8.6745	38.3500
0.47	-4.3580	-1.7954	2.4581	9.4394	39.1852
0.48	-4.5417	-2.0007	2.5876	10.2920	40.0647
0.49	-4.7081	-2.2114	2.7368	11.2391	40.9862
0.5	-4.8546	-2.4280	2.9072	12.2872	41.9407
0.51	-4.9785	-2.6507	3.1004	13.4422	42.9131
0.52	-5.0769	-2.8793	3.3183	14.7081	43.8842
0.53	-5.1473	-3.1139	3.5631	16.0865	44.8338
0.54	-5.1870	-3.3541	3.8371	17.5751	45.7441
0.55	-5.1933	-3.5995	4.1431	19.1660	46.6043
0.56	-5.1641	-3.8495	4.4843	20.8438	47.4129
0.57	-5.0973	-4.1029	4.8641	22.5841	48.1795
0.58	-4.9913	-4.3588	5.2864	24.3513	48.9234
0.59	-4.8449	-4.6155	5.7555	26.0981	49.6700
0.60	-4.6574	-4.8713	6.2763	27.7668	50.4454

Tabla 2. Resultados de Angulo de Potencia del Generador 2 en por unidad para varios tiempos de despeje. Simulaciones con Método de Euler, con paso $\Delta t = 0.01$ seg.

t	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0.00	31.4740	31.4740	31.4740	31.4740	31.4740
0.01	31.9283	31.9283	31.9283	31.9283	31.9283
0.02	32.8370	32.8370	32.8370	32.8370	32.8370
0.03	34.1996	34.1996	34.1996	34.1996	34.1996
0.04	36.0151	36.0151	36.0151	36.0151	36.0151
0.05	38.2825	38.2825	38.2825	38.2825	38.2825
0.06	40.9999	40.9999	40.9999	40.9999	40.9999
0.07	43.7100	44.1654	44.1654	44.1654	44.1654
0.08	46.3954	47.7765	47.7765	47.7765	47.7765
0.09	49.0398	51.3440	51.8308	51.8308	51.8308
0.10	51.6280	54.8480	55.8215	56.3254	56.3254
0.11	54.1461	58.2706	59.7288	60.7365	61.2575
0.12	56.5817	61.5966	63.5353	65.0450	66.6242
0.13	58.9235	64.8128	67.2270	69.2354	72.4226
0.14	61.1617	67.9081	70.7924	73.2955	78.6505
0.15	63.2878	70.8738	74.2227	77.2168	85.3056
0.16	65.2943	73.7030	77.5117	80.9938	92.3864
0.17	67.1752	76.3909	80.6555	84.6239	99.8924
0.18	68.9253	78.9340	83.6525	88.1074	107.8235
0.19	70.5405	81.3307	86.5026	91.4466	116.1812
0.20	72.0173	83.5802	89.2075	94.6461	124.9681
0.21	73.3532	85.6832	91.7705	97.7124	134.1883
0.22	74.5462	87.6409	94.1957	100.6534	143.8472
0.23	75.5949	89.4557	96.4884	103.4781	153.9520
0.24	76.4981	91.1300	98.6544	106.1970	164.5117
0.25	77.2552	92.6671	100.7005	108.8213	175.5364
0.26	77.8657	94.0701	102.6335	111.3631	187.0379
0.27	78.3294	95.3428	104.4608	113.8349	199.0288
0.28	78.6461	96.4884	106.1901	116.2502	211.5224
0.29	78.8157	97.5107	107.8289	118.6228	224.5322
0.30	78.8382	98.4129	109.3851	120.9672	238.0710
0.31	78.7137	99.1984	110.8666	123.2982	252.1502
0.32	78.4420	99.8700	112.2810	125.6315	266.7791
0.33	78.0233	100.4304	113.6362	127.9831	281.9640
0.34	77.4574	100.8822	114.9399	130.3699	297.7070
0.35	76.7446	101.2272	116.1997	132.8097	314.0063
0.36	75.8848	101.4672	117.4234	135.3209	330.8547
0.37	74.8784	101.6036	118.6185	137.9231	348.2405
0.38	73.7256	101.6373	119.7926	140.6374	366.1478
0.39	72.4272	101.5687	120.9534	143.4858	384.5574
0.40	70.9841	101.3980	122.1085	146.4924	403.4485
0.41	69.3976	101.1250	123.2658	149.6827	422.8009
0.42	67.6696	100.7490	124.4331	153.0847	442.5970
0.43	65.8024	100.2689	125.6185	156.7284	462.8241
0.44	63.7993	99.6833	126.8304	160.6468	483.4764
0.45	61.6642	98.9905	128.0775	164.8756	504.5562
0.46	59.4021	98.1882	129.3687	169.4538	526.0736
0.47	57.0189	97.2741	130.7135	174.4239	548.0466
0.48	54.5220	96.2454	132.1219	179.8323	570.4980
0.49	51.9197	95.0991	133.6045	185.7292	593.4534
0.50	49.2222	93.8320	135.1725	192.1687	616.9368
0.51	46.4407	92.4409	136.8382	199.2088	640.9670
0.52	43.5882	90.9221	138.6146	206.9106	665.5544
0.53	40.6794	89.2724	140.5159	215.3377	690.6982
0.54	37.7302	87.4883	142.5574	224.5546	716.3860
0.55	34.7583	85.5665	144.7559	234.6244	742.5955
0.56	31.7827	83.5041	147.1297	245.6057	769.2978
0.57	28.8239	81.2986	149.6991	257.5483	796.4634
0.58	25.9034	78.9478	152.4860	270.4881	824.0683
0.59	23.0436	76.4504	155.5148	284.4404	852.0993
0.60	20.2677	73.8059	158.8125	299.3935	880.5582

Ejemplo 22. Maulio Rodríguez.

El programa implementado en Matlab™ para resolver el problema, empleado el método de Euler es mostrado a continuación.

```
% Programa en Matlab para Resolver el Problema 22
% Texto. Análisis de Sistemas de Potencia
% Autor: Maulio Rodríguez
% Elaborado por: Francisco M. Gonzalez-Longatt
clear; clc
tf=0.6; Tstep=0.01; H=2.5; I=1;
delta0=(31.474-9.3212)*pi/180;
Ome0=0; tx= 0.06
for t = 0:Tstep:tf
    delta(I,J)=delta0+Ome0*Tstep;
    if t>=0 & t<tx
        Ome1(I,J)=Ome0+Tstep*(85.806-11.630*sin(delta0+0.04478)); %
    end
    if t>=tx
        Ome1(I,J)=Ome0+Tstep*(75.536-101.209*sin(delta0+0.1935));
    end
    Ome0=Ome1(I,J);
    delta0=delta(I,J);
    TIME(I,J)=t-Tstep;
    I=I+1;
end
```