

Examen Parcial de Estabilidad Transitoria 2006

Problema #1. Suponga que se tiene el problema:

$$\begin{cases} y'' + xy + \frac{xy^3}{6} = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Determinar el valor de $y(1)$, empleando:

1.1. un paso de integración $h = 0.1$, y el *Método de Euler* [3pts].

Resolución.

Se efectúa un cambio de variable pertinente:

$$\begin{aligned} u &= y \\ v &= y' \end{aligned}$$

Donde resulta:

$$\begin{aligned} u' &= v \\ v' &= -xu + \frac{xu^3}{6} \end{aligned}$$

Se tiene que el procedimiento aplicando el método de Euler resulta:

$$\begin{bmatrix} u_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} v_k \\ -x_k u_k - \frac{x_k (u_k)^3}{6} \end{bmatrix}$$

Ahora lo que aplica es simplemente una sustitución de valores, conociendo:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para $k = 0, x_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} v_0 \\ -x_0 u_0 - \frac{x_0 (u_0)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} 1 \\ -0 \times 0 - \frac{0(0)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para $k = 1, x_1 = 0.1$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} v_1 \\ -x_1 u_1 - \frac{x_1 (u_1)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix} + h \begin{bmatrix} 1.1 \\ -0.1 \times 0.1 - \frac{0.1(0.1)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2000 \\ 0.9779 \end{bmatrix}$$

Para evitar el trabajo manual se procede al uso de un programa MATLAB™ script, **problema1.m**:

```
% Problema 1 Parcial de estabilidad transitoria
% Maracay, 28/03/2006
% Resolver y''+x*y+x*y^3/6 = 0, con y(0)=0, y'(0)=1
x0=0
xn=1
h=0.1
n=(xn-x0)/h
% Se efectua un cambio de variable
Yk(1)=0; % y
Yk(2)=1; % v
disp('          i          xi          Yi          Y'i          ')
for k=1:n
    xk=x0+k*h;
    Yk1(1)=Yk(1)+h*Yk(2);
    Yk1(2)=Yk(2)+h*(-xk*Yk(1)-xk*Yk(1)^3/6);
    Yk=Yk1;
    disp(sprintf('          %2.2i          %3.2f          %3.8f          %3.8f          %3.8f',k,xk,Yk(1),Yk(2)))
end
```

Resultado de ese programa se tiene:

i	x _i	Y _i	Y' _i
01	0.10	0.10000000	1.00000000
02	0.20	0.20000000	0.99799667
03	0.30	0.29979967	0.99195667
04	0.40	0.39899533	0.97978504
05	0.50	0.49697384	0.95930595
06	0.60	0.59290443	0.92826008
07	0.70	0.68573044	0.88432512
08	0.80	0.77416295	0.82516737
09	0.90	0.85667969	0.74853304
10	1.00	0.93153299	0.65238645

j	1	2	3	4	5
Y _j	0.10000000	0.20000000	0.29979967	0.39899533	0.49697384
Y' _j	1.00000000	0.99799667	0.99195667	0.97978504	0.95930595

j	6	7	8	9	10
Y _j	0.59290443	0.68573044	0.77416295	0.85667969	0.93153299
Y' _j	0.92826008	0.88432512	0.82516737	0.74853304	0.65238645

1.2. Un paso de integración de $h = 0.5$, empleando *Runge-Kutta de 4^{to} orden* [5 Pts].

$$\begin{cases} y'' + xy + \frac{xy^3}{6} = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Resolución.

Se efectúa un cambio de variable pertinente:

$$\begin{cases} u = y \\ v = y' \end{cases}$$

Donde resulta:

$$\begin{cases} u' = v \\ v' = -xu + \frac{xu^3}{6} \end{cases}$$

Se tiene que el procedimiento aplicando el método de Runge-Kutta 4to Orden, donde:

$$\mathbf{Y}_k = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}(x_k, \mathbf{Y}_k) = \begin{bmatrix} v_k \\ -x_k u_k - \frac{x_k (u_k)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_0 = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aplicando Runge-Kutta de 4to orden:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{Y}_k + \frac{1}{6} [\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4]$$

$$\mathbf{k}_1 = h\mathbf{F}(x_k, \mathbf{Y}_k)$$

$$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{F}\left(x_k + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_k + \frac{\mathbf{k}_1}{2}\right)$$

$$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{F}\left(x_k + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_k + \frac{\mathbf{k}_2}{2}\right)$$

$$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{F}(x_k + h, \mathbf{Y}_k + \mathbf{k}_3)$$

De tal modo para $k = 0$, $x_l = 0.5$

Se calcula la constante \mathbf{k}_1 , para $k = 0$.

$$\mathbf{k}_1 = h\mathbf{F}(x_0, \mathbf{Y}_0) = h \begin{bmatrix} v_0 \\ -x_0 u_0 - \frac{x_0(u_0)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_1 = 0.5 \begin{bmatrix} 1 \\ -0 \times 0 - \frac{0(0)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_2 , para $k = 0$.

$$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{F}\left(x_0 + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_0 + \frac{\mathbf{k}_1}{2}\right) = h\mathbf{F}\left(0 + 0.25, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(0.25, \begin{bmatrix} 0.25 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = 0.5 \begin{bmatrix} 1 \\ -0.25 \times 0.5 - \frac{0.25(0.5)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.0316 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_3 , para $k = 0$.

$$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{F}\left(x_0 + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_0 + \frac{\mathbf{k}_2}{2}\right) = h\mathbf{F}\left(0.25, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.0316 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(0.25, \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.9842 \end{bmatrix}\right) = 0.5 \begin{bmatrix} 0.9842 \\ -0.25 \times 0.25 - \frac{0.25(0.25)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_3 = \begin{bmatrix} 0.4921 \\ -0.0316 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_4 , para $k = 0$.

$$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{F}(x_0 + h, \mathbf{Y}_0 + \mathbf{k}_3)$$

$$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{F}(x_0 + h, \mathbf{Y}_k + \mathbf{k}_3) = h\mathbf{F}\left(0.5, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4921 \\ -0.0316 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(0.5, \begin{bmatrix} 0.4291 \\ 0.9684 \end{bmatrix}\right) = 0.5 \begin{bmatrix} 0.8698 \\ -0.5 \times 0.8698 - \frac{0.5(0.8698)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_4 = \begin{bmatrix} 0.8698 \\ -0.5355 \end{bmatrix}$$

Se calcula \mathbf{Y}_1 :

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}_0 + \frac{h}{6}[\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4]$$

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 0.49473741 \\ 0.95761764 \end{bmatrix}$$

De tal modo para $k = 1, x_2 = 1.0, \mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 0.49473741 \\ 0.95761764 \end{bmatrix}$

Se calcula la constante \mathbf{k}_1 , para $k = 1$.

$$\mathbf{k}_1 = h\mathbf{F}(x_1, \mathbf{Y}_1) = \begin{bmatrix} v_1 \\ -x_1 u_1 - \frac{x_1(u_1)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_1 = h \begin{bmatrix} 0.9576 \\ -0.5 \times 0.4947 - \frac{0.5(0.4947)^3}{6} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}_1 = \begin{bmatrix} 0.4788 \\ -0.1287 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_2 , para $k = 1$.

$$\mathbf{k}_2 = h\mathbf{F}\left(x_1 + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_1 + \frac{\mathbf{k}_1}{2}\right) = h\mathbf{F}\left(0.5 + 0.25, \begin{bmatrix} 0.4782 \\ 0.9120 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 0.4788 \\ -0.1287 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(0.75, \begin{bmatrix} 0.7341 \\ 0.8933 \end{bmatrix}\right)$$

$$\mathbf{k}_2 = 0.5 \begin{bmatrix} 0.8933 \\ -0.75 \times 0.7341 - \frac{0.75(0.7341)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_2 = \begin{bmatrix} 0.4466 \\ -0.300 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_3 , para $k = 1$.

$$\mathbf{k}_3 = h\mathbf{F}\left(x_1 + \frac{h}{2}, \mathbf{Y}_1 + \frac{\mathbf{k}_2}{2}\right) = h\mathbf{F}\left(0.5 + 0.25, \begin{bmatrix} 0.4782 \\ 0.9120 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 0.4466 \\ -0.300 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(0.75, \begin{bmatrix} 0.7191 \\ 0.8076 \end{bmatrix}\right)$$

$$\mathbf{k}_3 = 0.5 \begin{bmatrix} 0.8076 \\ -0.75 \times 0.7191 - \frac{0.75(0.7191)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_3 = \begin{bmatrix} 0.4038 \\ -0.2924 \end{bmatrix}$$

Se calcula la constante \mathbf{k}_4 , para $k = 1$.

$$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{F}(x_1 + h, \mathbf{Y}_1 + \mathbf{k}_3)$$

$$\mathbf{k}_4 = h\mathbf{F}(x_0 + h, \mathbf{Y}_1 + \mathbf{k}_3) = h\mathbf{F}\left(0.5 + 0.5, \begin{bmatrix} 0.4782 \\ 0.9120 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4038 \\ -0.2924 \end{bmatrix}\right) = h\mathbf{F}\left(1.0, \begin{bmatrix} 0.8985 \\ 0.6652 \end{bmatrix}\right) = 0.5 \begin{bmatrix} 0.6652 \\ -1.0 \times 0.8985 - \frac{1.0(0.8985)^3}{6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_4 = \begin{bmatrix} 0.3326 \\ -0.5097 \end{bmatrix}$$

Finalmente se calcula \mathbf{Y}_2 :

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y}_1 + \frac{h}{6} [\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4]$$

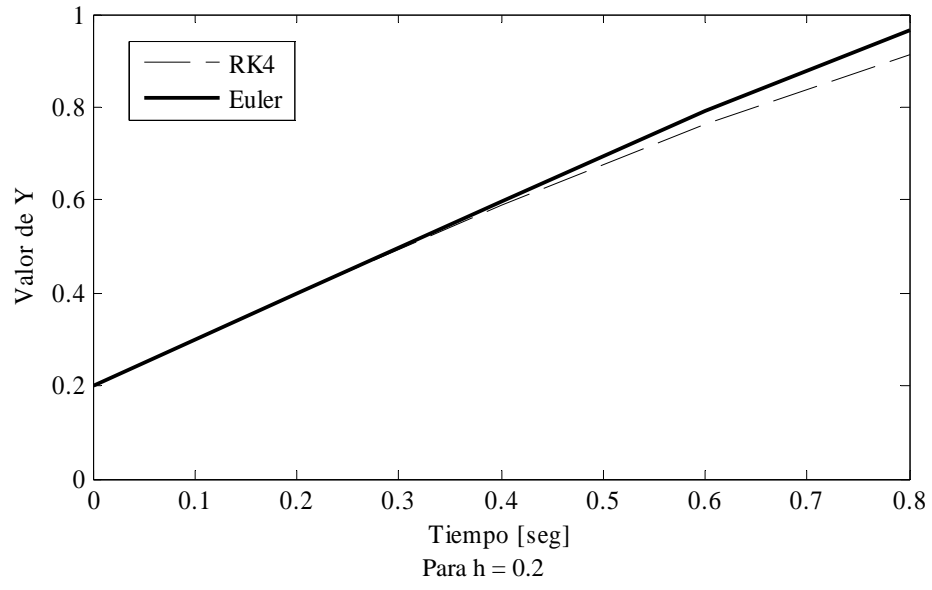
$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 0.91344866 \\ 0.65372843 \end{bmatrix}$$

	$j=1$	K_1^1	K_2^1	K_3^1	K_4^1	$j=2$	K_1^2	K_2^2	K_3^2	K_4^2
Y_j	0.49473741	0.5000	0.5000	0.4921	0.4842	0.91344866	0.4788	0.4466	0.4038	0.3326
Y'_j	0.95761764	0	-0.0316	-0.0316	-0.1280	0.65372843	-0.1287	-0.3000	-0.2924	-0.5097

i	x_i	Y_i	Y'_i
01	0.00	0.49473741	0.95761764
02	0.50	0.91344866	0.65372843

Si se considera $h = 0.1$.

i	x_i	Y_i	Y'_i
01	0.00	0.09999166	0.99966634
02	0.10	0.19986634	0.99732358
03	0.20	0.29932140	0.99092956
04	0.30	0.39784734	0.97838617
05	0.40	0.49472162	0.95753159
06	0.50	0.58900279	0.92615327
07	0.60	0.67952717	0.88202862
08	0.70	0.76491131	0.82300089
09	0.80	0.84356405	0.74709629
10	0.90	0.91371256	0.65268435

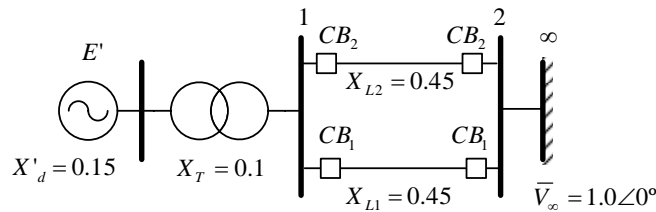


Problema #2. Una máquina síncrona, 60 Hz, $H = 9.94$ MW/MVA, esta conectada a una barra de potencia infinita a través de un transformador que posee una reactancia de 0.1 por unidad, y una línea de transmisión doble circuito, con 0.45 por unidad de reactancia cada circuito. Todas las reactancias están dadas en la base de la potencia nominal de la máquina. La reactancia transitoria de eje directo de la máquina es 0.15 por unidad. Asuma que el voltaje de la barra de potencia infinita es 1.0 por unidad. Este sistema está entregando una potencia aparente a la barra de potencia infinita de 1.1 por unidad a 0.85 de factor de potencia en atraso, con los dos circuitos de la línea en servicio. Súbitamente, en $t = 0$ segundos, ocurre una falla por cortocircuito trifásico sólido en la mitad de uno de los dos circuitos de transmisión. La falla es despejada en $t_{clearing} = 0.1$ segundos, por la apertura instantánea y efectiva de los interruptores asociados al circuito fallado. Luego de 0.1 segundos se intenta un re-cierre, el cual no es exitoso, y dura 0.15 segundos, luego de lo cual se efectúa nuevamente el despeje del circuito fallado.

2.1. Construir la ecuación de oscilación, ANTES de la falla, DURANTE la falla, DESPUÉS de la falla, DURANTE el re-cierre no exitoso, LUEGO del despeje final [4Pts].

Resolución

Se tiene el siguiente sistema de potencia:



La potencia entregada a la barra de potencia infinita es:

$$S_{g\infty} = 1.1 \angle \cos^{-1} 0.85 \quad S_{g\infty} = 0.9350 + 0.5795 \text{ jp.u}$$

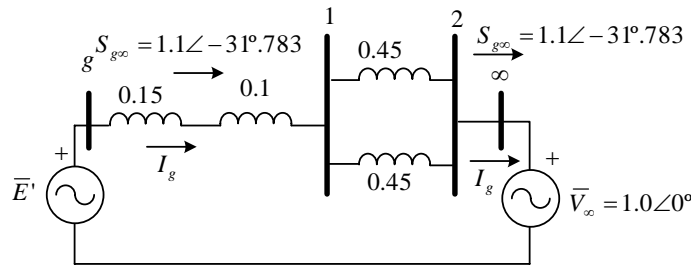
$$P_{elec}^0 = P_{mec}^0 = 1.1 \times 0.85 = 0.935 \text{ p.u}$$

La corriente puede ser fácilmente calculada por:

$$I_g = \left(\frac{S_{g\infty}}{V_\infty} \right)^* \quad I_g = \frac{1.1}{1} \angle -\cos^{-1} 0.85 \quad I_g = 1.1 \angle -31^\circ.783$$

$$I_g = 0.9350 - 0.5795j$$

El diagrama de reactancias en esta situación resulta:



La impedancia entre la fuente de voltaje interna de la máquina y la red de potencia infinita es:

$$X_{g\infty}^I = X'_d + X_T + X_{LT1} // X_{LT2} \quad X_{g\infty}^I = 0.15 + 0.1 + 0.45 / 2$$

$$X_{g\infty}^I = 0.475 \text{ p.u}$$

Finalmente el voltaje interno de la máquina, o voltaje de excitación es dado por:

$$E \angle \delta = V_\infty + jX_{g\infty}^I I_g \quad E \angle \delta = 1 \angle 0^\circ + j0.475(1.1 \angle -31^\circ.79)$$

$$E \angle \delta = 1.35037 \angle 19^\circ.2015 \text{ p.u}$$

$$E \angle \delta = 1.2752 + 0.4441 \text{ jp.u}$$

De tal modo que:

$$E = 1.35037 \text{ p.u}$$

$$\delta_0 = 19^\circ.2015$$

La ecuación de transferencia de potencia, entre el generador y la barra de potencia infinita con los dos circuitos en operación queda dado por:

T

G

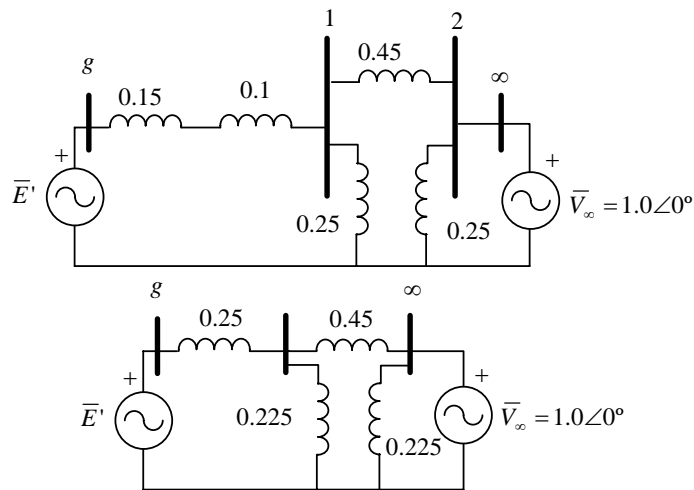
$$P'_{elec} = \frac{EV_{\infty}}{X'_{g\infty}} \text{sen}\delta \quad P'_{elec} = \frac{1.35}{0.475} \text{sen}\delta \quad P'_{elec} = 2.8429 \text{sen}\delta$$

La ecuación de oscilación:

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = \frac{60\pi}{9.94} [0.935 - 2.8429 \text{sen}\delta]$$

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 53.91087 \text{sen}\delta \quad \text{ANTES DE LA PERTURBACIÓN}$$

Durante la falla, la red ofrece una configuración diferente, la cual se muestra, en la siguiente Figura:



Se puede reducir la red, por medio de una conversión estrella-delta. Consecuentemente:

$$X''_{g\infty} = 0.45 + 0.25 + \frac{0.45 \times 0.25}{0.225} = 1.2$$

De tal modo que la curva de potencia ángulo para estas condiciones:

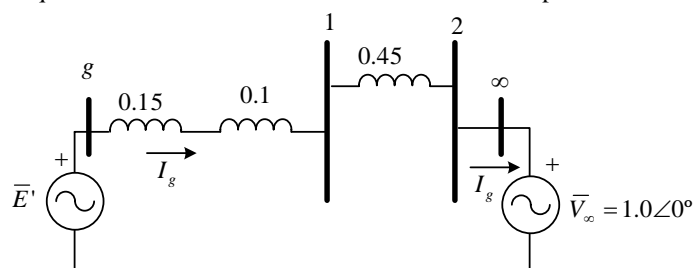
$$P''_{elec} = 1.1253 \text{sen}\delta$$

La ecuación de oscilación:

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = \frac{60\pi}{9.94} [0.935 - 1.1253 \text{sen}\delta]$$

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 21.33963 \text{sen}\delta \quad \text{DURANTE DE LA PERTURBACIÓN}$$

Con un circuito abierto se tiene que la reactancia de transferencia entre la barra de potencia infinita y la máquina se modifica:



La nueva ecuación de potencia ángulo es obtenida por:

$$P_{elec}'' = \frac{EV_{\infty}}{X_{g\infty}''} \text{sen}\delta \quad P_{elec}'' = \frac{1.35}{0.70} \text{sen}\delta \quad P_{elec}'' = 1.9291 \text{sen}\delta$$

La ecuación de oscilación:

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = \frac{60\pi}{9.94} [0.935 - 1.9291 \text{sen}\delta]$$

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 36.58217 \text{sen}\delta \quad \text{DESPUÉS DE LA PERTURBACIÓN}$$

DURANTE EL PRECIERRE NO EXITOSO, se tiene que la falla persiste, de modo que la ecuación de oscilación resulta ser la misma de durante la falla.

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 21.33963 \text{sen}\delta \quad \text{DURANTE EL RE-CIERRE NO EXITOSO}$$

DESPUÉS DEL DESPEJE NO EXITOSO, una vez que la falla es despejada, el resultado es que la línea fallada es puesta fuera de servicio de modo que la ecuación de oscilación,

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 36.58217 \text{sen}\delta \quad \text{DESPUÉS DEL RE-CIERRE NO EXITOSO}$$

2.2. Resolver la ecuación de oscilación, pertinente, para la perturbación antes mencionada, empleando el método de Euler hacia adelante, considerando un paso de integración de $\Delta t = 0.05$, hasta $t_{final} = 0.6$ segundos [8 Pts].

Resolución

Se conoce que la ecuación de oscilación puede ser resuelta por el método de Euler hacia adelante, empleando la siguiente ecuación aproximante.

$$\begin{cases} \frac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{\pi f}{H} [P_{mec} - P_{max} \text{sen}\delta(t)] \end{cases}$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} \delta(t_{j+1}) \\ \omega(t_{j+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_j) \\ \omega(t_j) \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \omega(t_j) \\ \frac{\pi f}{H} [P_{mec} - P_{max} \text{sen}\delta(t_j)] \end{bmatrix} \quad \text{siendo: } \begin{bmatrix} \delta(t_0) \\ \omega(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.33514 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se procede:

Para $j = 0$, se tiene que $t_1 = 0.05$ segundos, DURANTE LA FALLA. $\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 21.33963 \text{sen}\delta$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_0) \\ \omega(t_0) \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \omega(t_0) \\ \frac{\pi f}{H} [P_{mec} - P_{max} \text{sen}\delta(t_0)] \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3351 \\ 0 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 \\ 17.13 - 21.339 \text{sen}(0.3351) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.33514 \\ 0.53558 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19^\circ.2021 \\ 0.53558 \end{bmatrix}$$

Para $j = 1$, se tiene que $t_2 = 0.10$ segundos, DURANTE LA FALLA.

$$\begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \omega(t_1) \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} \omega(t_1) \\ \frac{\pi f}{H} [P_{mec} - P_{max} \text{sen} \delta(t_1)] \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3351 \\ 0.5355 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0.5355 \\ 17.13 - 21.339 \text{sen}(0.3351) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_2) \\ \omega(t_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.36192 \\ 1.07121 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20^\circ.7365 \\ 1.07121 \end{bmatrix}$$

Para $j = 2$, se tiene que $t_3 = 0.15$ segundos, DESPUÉS DE LA FALLA. $\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 36.58217 \text{sen} \delta$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_3) \\ \omega(t_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.36192 \\ 1.07121 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 1.0712 \\ 17.13 - 36.58217 \text{sen}(0.36192) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_3) \\ \omega(t_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4148 \\ 1.21007 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23^\circ.8035 \\ 1.21007 \end{bmatrix}$$

Para $j = 3$, se tiene que $t_4 = 0.20$ segundos, DESPUÉS DE LA FALLA.

$$\begin{bmatrix} \delta(t_4) \\ \omega(t_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41548 \\ 1.31007 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 1.31007 \\ 17.13 - 36.58217 \text{sen}(0.41548) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_4) \\ \omega(t_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.48098 \\ 1.45829 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27^\circ.5585 \\ 1.45829 \end{bmatrix}$$

Para $j = 4$, se tiene que $t_5 = 0.25$ segundos, RECIERRE FALLADO. $\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 21.33963 \text{sen} \delta$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_5) \\ \omega(t_5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.48098 \\ 1.45829 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 1.45829 \\ 17.13 - 21.33963 \text{sen}(0.48098) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_5) \\ \omega(t_5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.55389 \\ 1.851726 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31^\circ.7364 \\ 1.851726 \end{bmatrix}$$

Para $j = 5$, se tiene que $t_6 = 0.30$ segundos, RECIERRE FALLADO.

$$\begin{bmatrix} \delta(t_6) \\ \omega(t_6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.55389 \\ 1.851726 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 1.851726 \\ 17.13 - 21.33963 \text{sen}(0.55389) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_6) \\ \omega(t_6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64645 \\ 2.176561 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37^\circ.0399 \\ 2.176561 \end{bmatrix}$$

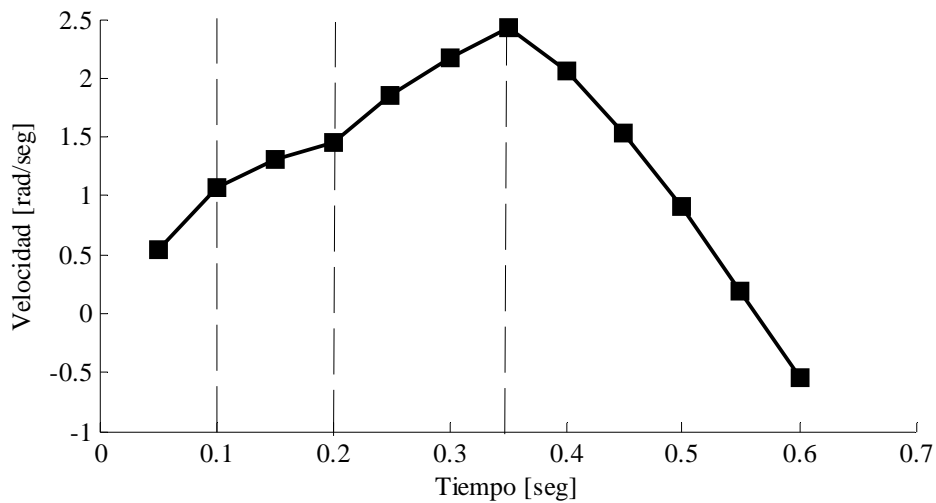
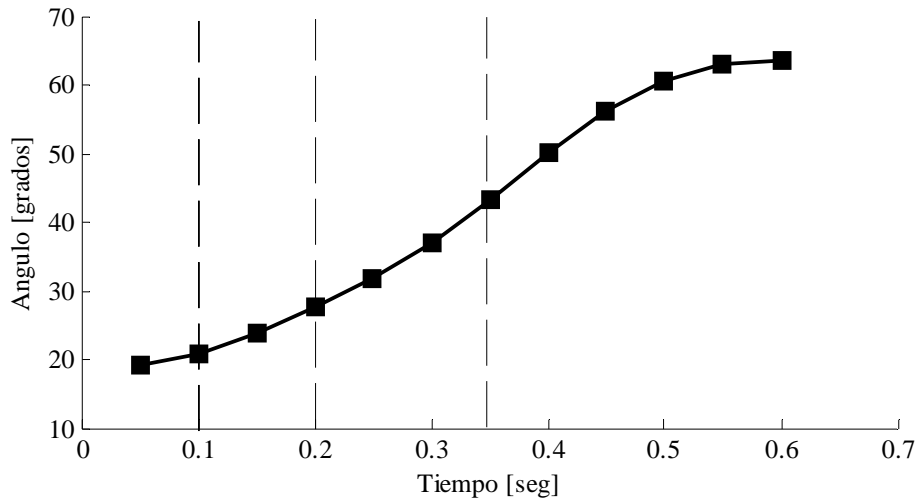
Para $j = 6$, se tiene que $t_7 = 0.35$ segundos, RECIERRE FALLADO.

$$\begin{bmatrix} \delta(t_7) \\ \omega(t_7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64645 \\ 2.176561 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 2.176561 \\ 17.13 - 21.33963 \text{sen}(0.64645) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_7) \\ \omega(t_7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75527 \\ 2.42027 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37^\circ.0399 \\ 2.42027 \end{bmatrix}$$

Para $j = 7$, se tiene que $t_8 = 0.40$ segundos, RECIERRE FALLADO DESPEJADO. $\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 17.73072 - 36.58217 \text{sen} \delta$

$$\begin{bmatrix} \delta(t_8) \\ \omega(t_8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75527 \\ 2.42027 \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 2.42027 \\ 17.13 - 36.58217 \text{sen}(0.75527) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \delta(t_8) \\ \omega(t_8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.87628 \\ 2.05305 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43^\circ.27531 \\ 2.05305 \end{bmatrix}$$

t_k	$\omega(t_k)$ [rad / seg]	$\delta(t_k)$ [grados]
0.05	0.53560736	19.20210755
0.01	1.07121471	20.73650959
0.15	1.31011664	23.80531369
0.20	1.45836923	27.55852141
0.25	1.85126590	31.73644151
0.30	2.17656100	37.03992765
0.35	2.42038346	43.27531561
0.40	2.05305681	50.20920346
0.45	1.53413073	56.09077797
0.50	0.90264833	60.48573878
0.55	0.19743346	63.07163576
0.60	-0.54681521	63.63724096



Se procedió a implementar una MATLAB™ script, **Problema2.m**:

```
% Problema 2, Parcial de estabilidad Transitoria de SP2-2006
% 28 de Marzo de 2006.
f=60; H=9.94; t0=0; tn=0.6; Delta_t=0.05;
n=(tn-t0)/Delta_t; Pmec=0.935;
wk=0;
deltak=0.33514
% Estado de condiciones
Pmax0=2.8429;          % Antes de la falla
Pmax1=1.1253;         % Durante la falla
Pmax2=1.9291;         % Después de la falla
Pmax3=1.1253;         % Durante el Recierre no exitoso
Pmax4=1.9291;         % Luego del Recierre
for j=1:n
    tj=t0+j*Delta_t;
    if tj>0 & tj<=0.1 % Durante la falla
        Pmax=Pmax1;
    end
    if tj>0.1 & tj<=0.2 % Después de la falla
        Pmax=Pmax2;
    end
    if tj>0.2 & tj<=0.35 % Recierre de la falla
        Pmax=Pmax3;
    end
    if tj>0.35 % Despues del recierre
        Pmax=Pmax4;
    end
    deltak1=deltak+Delta_t*wk;
    wk1=wk+Delta_t*f*pi/H*(Pmec-Pmax*sin(deltak));
    deltak=deltak1;
```

```
wk=wk1;
disp(sprintf(' %i %2.2f %3.8f %3.8f',j,tj,wk,deltak*180/pi))
end
```

Los resultados de este programa son:

1	0.05	0.53560736	19.20210755
2	0.10	1.07121471	20.73650959
3	0.15	1.31011664	23.80531369
4	0.20	1.45836923	27.55852141
5	0.25	1.85126590	31.73644151
6	0.30	2.17656100	37.03992765
7	0.35	2.42038346	43.27531561
8	0.40	2.05305681	50.20920346
9	0.45	1.53413073	56.09077797
10	0.50	0.90264833	60.48573878
11	0.55	0.19743346	63.07163576
12	0.60	-0.54681521	63.63724096

Se procede a resolver con un paso de integración mas pequeño.

