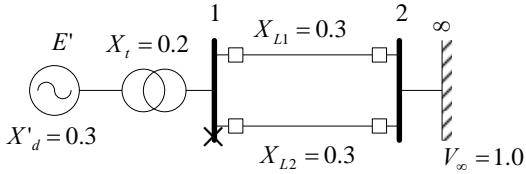


## Examen Parcial de Sistemas de Potencia II 2007

### Estabilidad Transitoria: Ecuación de Oscilación

**Problema 1.** Un generador sincrónico a 60 Hz, posee una constante de inercia de  $H = 5\text{MJ/MVA}$  y una reactancia transitoria de eje directo  $X'_d = 0.3$  p.u, esta conectado a una barra de potencia infinita a través de un circuito puramente resistivo como se muestra en la siguiente figura.



El generador entrega una potencia real de  $P_{elec} = 0.8$  p.u, y  $Q_{elec} = 0.074$  p.u a la barra de potencia infinita cuyo voltaje es 1.0 p.u.

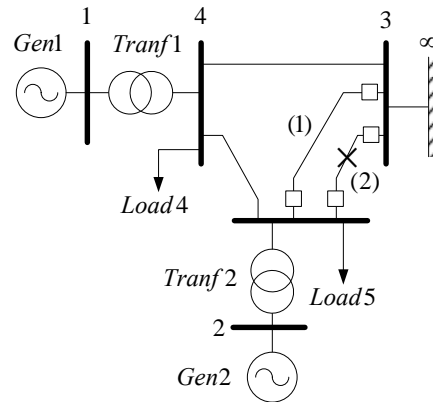
Una falla trifásica ocurre en la mitad de una línea, y la cual es despejada por la puesta fuera de servicio de la línea, mediante la apertura simultanea de ambos extremos de la línea.

- 1.1. La falla es despejada en 0.3 segundos. Obtener la solución numérica de la ecuación de oscilación, empleando el método de Euler, con un paso de tiempo  $\Delta t = 0.05$  segundos. Efectué la simulación numérica hasta  $t = 0.5$ . [3 Pts] NOTA: Usar cinco (05) decimales.
- 1.2. Si se considera que la falla es sostenida por 0.3 segundos. Obtener la solución numérica de la ecuación de oscilación, empleando el método de Runge-Kutta de 4to orden, con un paso de tiempo  $\Delta t = 0.1$  segundos. Efectué la simulación numérica hasta  $t = 0.3$  [5 Pts]

**Problema 2.** Un sistema de transmisión de 60 Hz, 230 kV, mostrado en la Figura siguiente.

**Tabla 1. Datos de líneas y transformadores**

Barra a Barra	Zserie		Y Paralelo
	R	X	B
Tranf1 1-2	0	0.022	-
Tranf2 2-5	0	0.040	-
Línea 3-4	0.007	0.040	0.082
Línea 3-5 (1)	0.08	0.047	0.098
Línea 3-5 (2)	0.08	0.047	0.098
Línea 4-5	0.018	0.110	0.226



Este sistema tiene dos (02) generadores de inercia finita. Los datos de los transformadores y las líneas se muestran en la Tabla 1. Una falla trifásica ocurre en la mitad de una de las líneas entre las barras 3-5 (2). Mediante la solución pretalla del flujo de potencia se muestra en la Tabla 2.

Determine la ecuación de oscilación para cada una de las máquinas: (2.1) antes de la falla y, (2.2) durante el período de falla [5 Pts]. Los generadores tienen reactancias y valores de  $H$  que se expresan en la base de 100 MVA en la siguiente forma:  $Gen1: x'_{d1} = 0.067$  p.u,  $H_1 = 11.2$  MJ/MVA y  $Gen2: x'_{d2} = 0.10$  p.u,  $H_2 = 8.0$  MJ/MVA.

**Tabla 2 Datos de Barra y Valores de Flujo de Potencia Antes de la Falla**

Barra	Voltaje	Generación		Load	
		$P_{gen}$	$Q_{gen}$	$P_{load}$	$Q_{load}$
1	$1.030 \angle 8.88^\circ$	3.500	0.712	-	-
2	$1.020 \angle 6.38^\circ$	1.850	0.298	-	-
3	$1.000 \angle 0.00^\circ$	-	-	-	-
4	$1.03 \angle 4.68^\circ$	-	-	1.00	0.44
5	$1.0113 \angle 2.27^\circ$	-	-	0.50	0.16

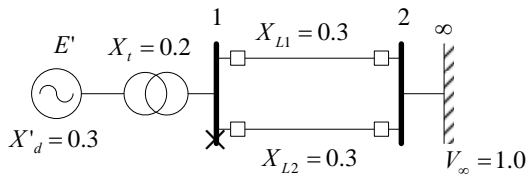
**Problema 3.** Aplique Runge Kutta de 4to Orden, con  $h = 0.5$ , para resolver el siguiente problema.

$$yy' + 2(xy - 1) = 0$$

$$y(1) = 1$$

Determine  $y(1.5)$  [2 pts]

**Problema 1.** Un generador sincrónico a 60 Hz, posee una constante de inercia de  $H = 5\text{MJ/MVA}$  y una reactancia transitoria de eje directo  $X'_d = 0.3$  p.u., esta conectado a una barra de potencia infinita a través de un circuito puramente resistivo como se muestra en la siguiente figura.



El generador entrega una potencia real de  $P_{elec} = 0.8$  p.u., y  $Q_{elec} = 0.074$  p.u. a la barra de potencia infinita cuyo voltaje es 1.0 p.u.

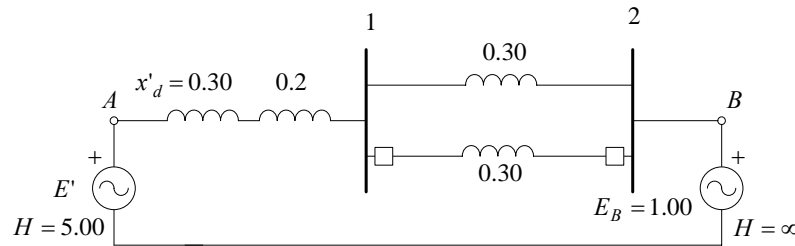
Una falla trifásica ocurre en la mitad de una línea, y la cual es despejada por la puesta fuera de servicio de la línea, mediante la apertura simultanea de ambos extremos de la línea.

1.1. La falla es despejada en 0.3 segundos. Obtener la solución numérica de la ecuación de oscilación, empleando el método de Euler, con un paso de tiempo  $\Delta t = 0.05$  segundos. Efectué la simulación numérica hasta  $t = 0.5$ . [3 Pts] NOTA: Usar cinco (05) decimales.

### Resolución.

La impedancia de transferencia entre el voltaje generador y la barra de potencia infinita Antes de que ocurra la falla, la reactancia entre los puntos A y B puede ser encontrada por la combinación serie paralelo:

$$X_1 = 0.30 + 0.20 + \frac{0.30}{2} = 0.65 \text{ p.u.}$$



La potencia aparente es dada por:

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{0.8 + 0.074j}{1.0 \angle 0} = 0.8 - 0.074j \text{ p.u.}$$

El voltaje interno de la maquina  $E'$  es dado por:

$$E' = V + jX_1 I = 1.0 + (0.65j)(0.8 - 0.074j) = 1.17 \angle 26.387 \text{ p.u.}$$

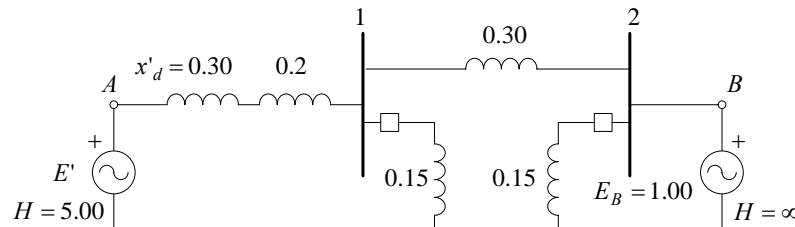
La ecuación de potencia eléctrica antes de la perturbación queda dada por:

$$P_{elec}^1 = \frac{|E'| |E_B|}{X_1} \sin \delta \quad P_{elec}^1 = \frac{1.00 \times 1.17}{0.65} \sin \delta \quad P_{elec}^1 = 1.80 \sin \delta \quad \text{ANTES}$$

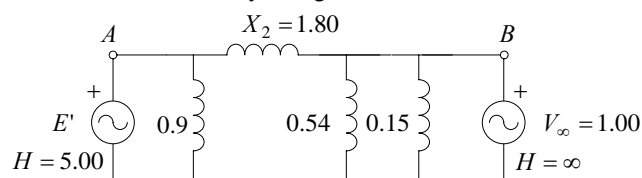
Siendo el ángulo de operación estable inicial:

$$P_{elec}^0 = 0.8 = 1.80 \sin \delta_0 \quad 0.4444 = \sin \delta_0 \quad \delta_0 = 26.38780 = 0.46055 \text{ rad}$$

Durante la falla se tiene, que la línea fallada se divide en dos, resultando el diagrama de impedancias como en la Figura siguiente.



Se efectúa una transformación de estrella a delta y se logra:



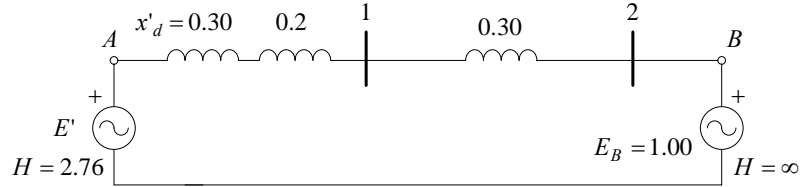
La reactancia equivalente entre el generador y la barra de potencia infinita resulta ser:

$$X_2 = \frac{0.5 \times 0.3 + 0.5 \times 0.15 + 0.3 \times 0.15}{0.15} = 1.80 p.u$$

La ecuación de potencia eléctrica antes de la perturbación queda dada por:

$$P_{elec}^2 = \frac{|E||E_B|}{X_2} \text{sen} \delta \quad P_{elec}^2 = \frac{1.00 \times 1.17}{1.80} \text{sen} \delta \quad P_{elec}^2 = 0.65 \text{sen} \delta \quad \text{DURANTE}$$

Cuando la falla es despejada, la línea fallada es puesta fuera de servicio, resultando el diagrama de reactancias como sigue.



Donde la reactancia equivalente entre el generador y la barra de potencia infinita resulta ser:

$$X_3 = 0.3 + 0.2 + 0.3 = 0.80 p.u$$

De tal modo que la potencia eléctrica después de la falla queda dada por:

$$P_{elec}^3 = \frac{|E||E_B|}{X_3} \text{sen} \delta \quad P_{elec}^3 = \frac{1.00 \times 1.17}{0.8} \text{sen} \delta \quad P_{elec}^3 = 1.4625 \text{sen} \delta \quad \text{DESPUÉS}$$

Se procede a plantear las ecuaciones de oscilación, de la forma:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (P_{mec} - P_{elec})$$

$H = 5 \text{ MJ/MVA}$ ,  $f = 60 \text{ Hz}$ .

ANTES de la perturbación resulta:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{60\pi}{5} (0.8 - 1.80 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 12\pi (0.8 - 1.80 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 30.15929 - 67.85840 \text{sen} \delta$$

DURANTE la perturbación resulta:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{60\pi}{5} (0.8 - 0.65 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 12\pi (0.8 - 0.65 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 30.15929 - 24.50442 \text{sen} \delta$$

DESPUÉS la perturbación resulta:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{60\pi}{5} (0.8 - 1.4625 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 12\pi (0.8 - 1.4625 \text{sen} \delta) \quad \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 30.15929 - 55.13495 \text{sen} \delta$$

1.1. Considere que la falla es despejada en 0.3 segundos. Obtener la solución numérica de la ecuación de oscilación, empleando el método de Euler, con un paso de tiempo  $\Delta t = 0.05$  segundos. Efectué la simulación numérica hasta  $t = 0.5$ . [3 Pts] NOTA: Usar cinco (05) decimales.

Las ecuaciones de oscilaciones a considerar resultan ser:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 30.15929 - 24.50442 \text{sen} \delta \quad t \in [0, 0.3)$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 30.15929 - 55.13495 \text{sen} \delta \quad t \in [0.3, 0.5]$$

Se procedió a implementar un programa en Matlab™:

```
% Método de Euler Problema 1. Parcial SP2-2007
% Programa PEuler.m
clc; clear;
% Parámetros de Simulación
H=5.0; % Constante de Inercia
f=60 % Frecuencia del Sistema en Hz
t0=0 % Tiempo inicial de la Simulación
tn=0.5 % Tiempo final de la simulación
Dt=0.05; % Incremento de Tiempo
tstep=0.3 % Tiempo de cambio de estado: Se retira la falla
y0=0.46055 % Angulo inicial de Operación de la Maquina [Radianes]
x0=0; % Diferencial de Velocidad Inicial : [P.u]
N=(tn-t0)/Dt % Calcular Numero de Puntos a Simular
```

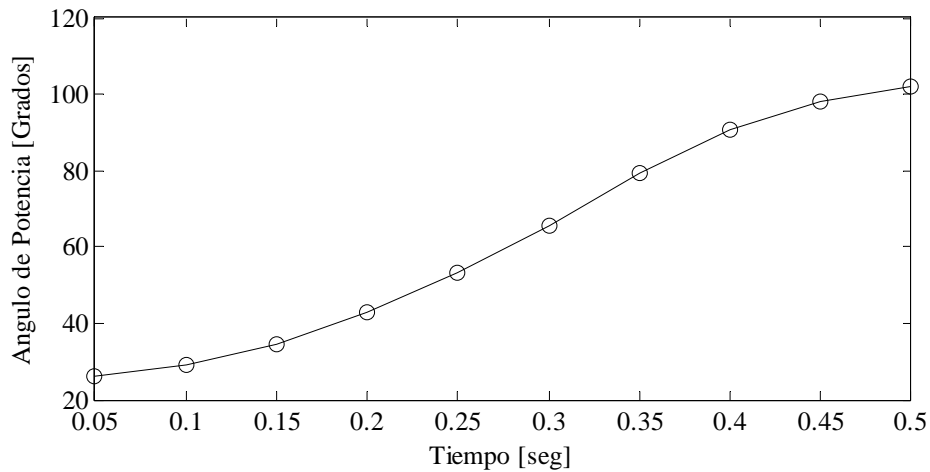
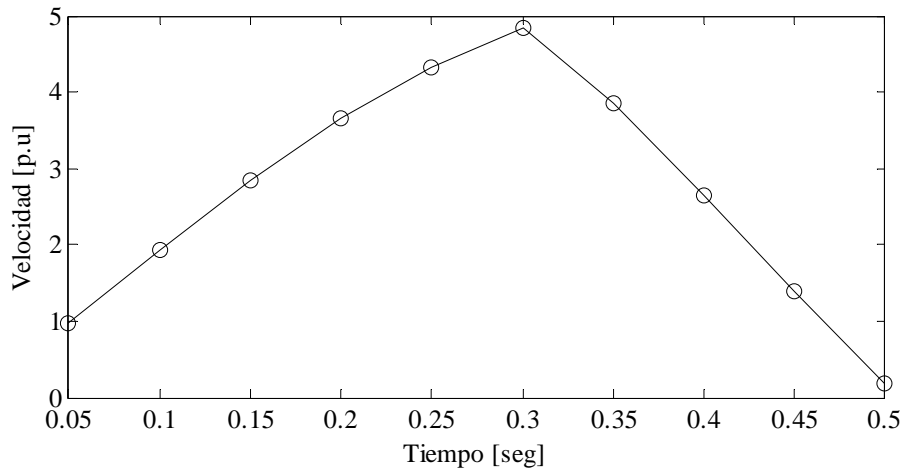
```

for I=1:N
    ti(I)=t0+I*Dt;      % Calcular tiempo Ti
    y1(I)=y0+Dt*(x0);   % Angulo i+1
    x1(I)=x0+Dt*(pi*f/H*(0.8-0.65*sin(y0))); % Velocidad i+1
    if ti>=tstep
        x1(I)=x0+Dt*(pi*f/H*(0.8-1.4625*sin(y0)));
    end
    y0=y1(I); % Actualizar el Angulo
    x0=x1(I); % Actualizar la Velocidad
end

```

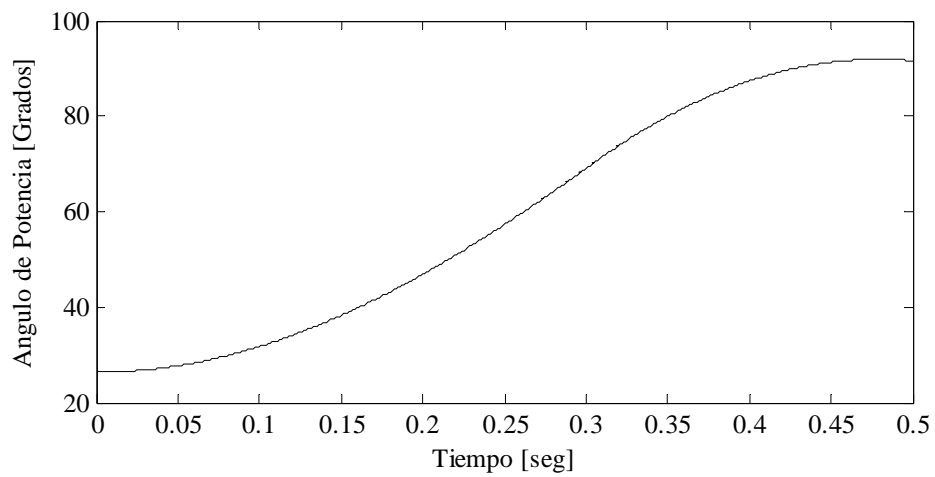
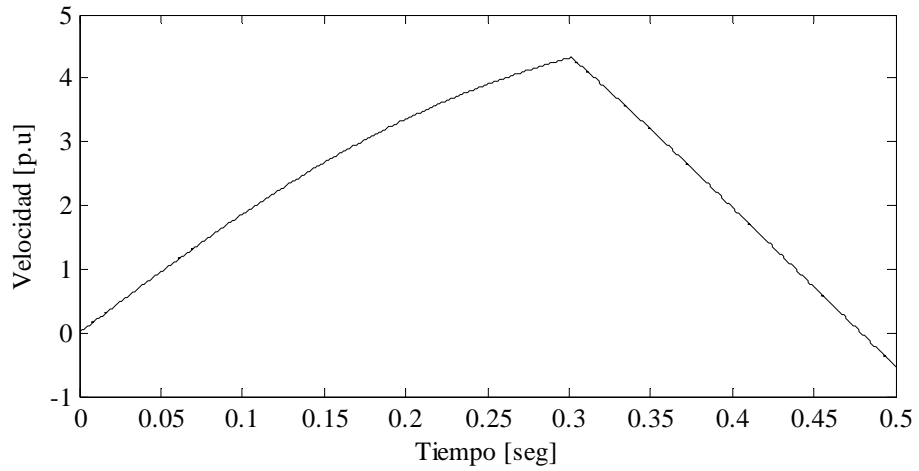
**Tabla. 1. Resultados Mediante Método de Euler con paso de integración 0.05 segundos, Problema 1.1.**

$i$	$t_i$	$\omega_i$	$\delta_i$ [rad]	$\delta_i$ [Grados]
1	0.0500	0.96342612821877	0.46055000000000	26.387571254750
2	0.1000	1.92685225643754	0.50872130641094	29.147583805728
3	0.1500	2.83805945178300	0.60506391923282	34.667608907685
4	0.2000	3.64910019595555	0.74696689182197	42.798050337404
5	0.2500	4.32462941482072	0.92942190161974	53.251952349834
6	0.3000	4.85085580373557	1.14565337236078	65.641103021202
7	0.3500	3.84747899608574	1.38819616254756	79.537781250232
8	0.4000	2.64452722697936	1.58057011235184	90.559996662279
9	0.4500	1.39587581788128	1.71279647370081	98.136009107947
10	0.5000	0.17483965321443	1.78259026459488	102.134898762395



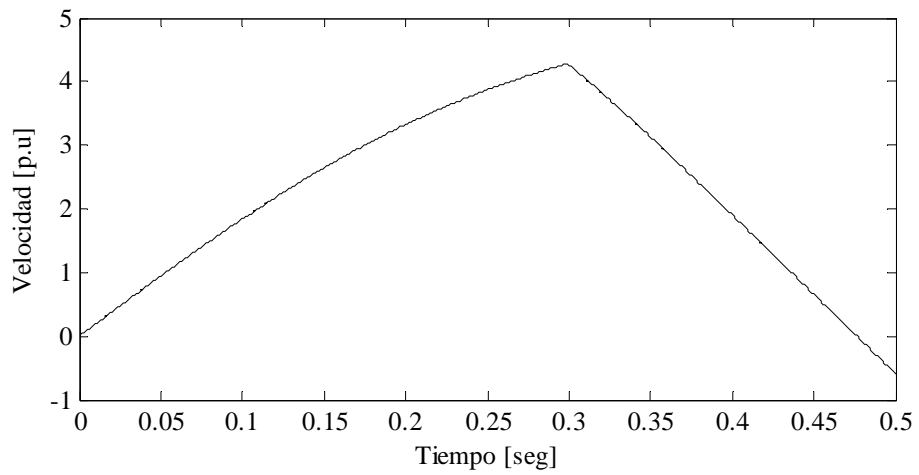
**Figura 1. Trazado de la Velocidad y Angulo de Potencia, para la solución por método de Euler con paso de integración 0.05 segundos**

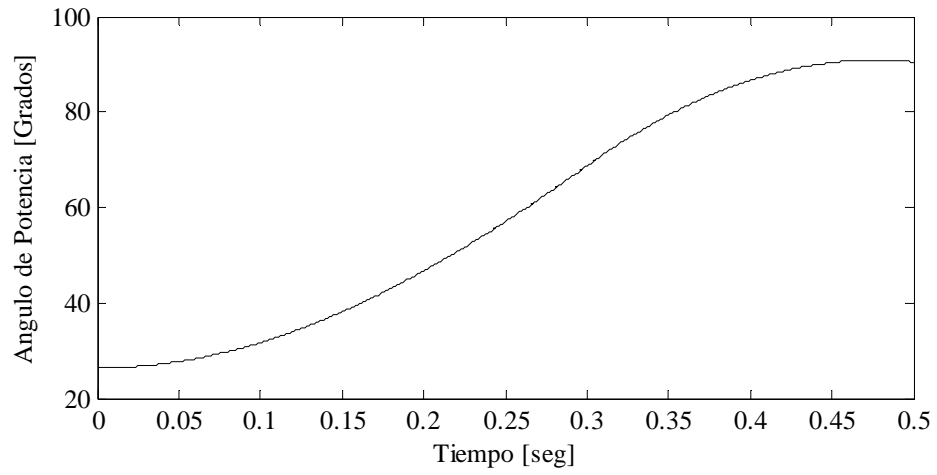
Solución con el Método de Euler con un paso de integración de 0.001 segundos



**Figura 2. Trazado de la Velocidad y Angulo de Potencia, para la solución por método de Euler con paso de integración 0.001 segundos**

Para un mejor análisis se ha procedido a efectuar la simulación de la misma perturbación empleando el método de integración de Runge-Kutta de 4to orden, con el mismo paso de integración se tiene:





**Figura 3. Trazado de la Velocidad y Angulo de Potencia, para la solución por método de Runge-Kutta de 4to Orden con paso de integración 0.05 segundos**

1.2 Si se considera que la falla es sostenida por 0.3 segundos. Obtener la solución numérica de la ecuación de oscilación, empleando el método de Runge-Kutta de 4<sup>o</sup> orden, con un paso de tiempo  $\Delta t = 0.1$  segundos. Efectué la simulación numérica hasta  $t = 0.3$  [5 Pts]

Para una falla sostenida la ecuación de oscilación a resolver queda dado por:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = 30.15929 - 24.50442\text{sen}\delta \quad t \in [0,0.3)$$

Se procede a emprender la simulación mediante un simple programa en Matlab™:

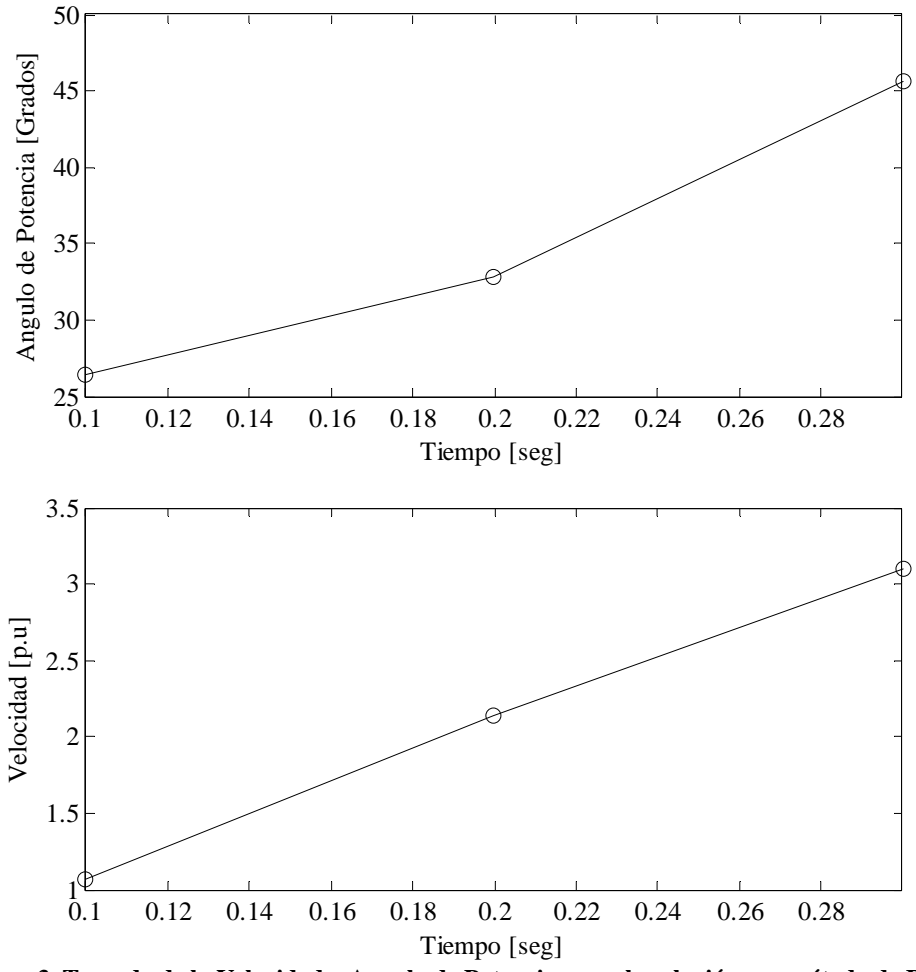
```
% Método Runge-Kutta de 4to orden
% Problema 1.3 Parcial 3, SP2-2007
% Parámetros de Simulación
clc; clear
H=5.0; % Constante de Inercia
f=60 % Frecuencia del Sistema en Hz
t0=0 % Tiempo inicial de la Simulación
tn=0.3 % Tiempo final de la simulación
Dt=0.1; % Incremento de Tiempo
tstep=0.3 % Tiempo de cambio de estado: Se retira la falla
y0=asin(0.8/1.8) % Angulo inicial de Operación de la Maquina [Radianes]
x0=0; % Diferencial de Velocidad Inicial : [P.u]
Y0=[y0;x0];
N=(tn-t0)/Dt % Calcular Numero de Puntos a Simular
for I=1:N
    ti(I)=t0+I*Dt;
    % Constantes para Delta
    K1(1)=Dt*(Y0(2));
    K2(1)=Dt*(Y0(2)+K1(1)/2);
    K3(1)=Dt*(Y0(2)+K2(1)/2);
    K4(1)=Dt*(Y0(2)+K3(1));
    if ti(I)<tstep
        K1(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-0.65*sin(Y0(1))));
        K2(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-0.65*sin(Y0(1)+K1(2)/2)));
        K3(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-0.65*sin(Y0(1)+K2(2)/2)));
        K4(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-0.65*sin(Y0(1)+K3(2))));
    end
    if ti(I)>=tstep
        K1(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-1.4625*sin(Y0(1))));
        K2(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-1.4625*sin(Y0(1)+K1(2)/2)));
        K3(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-1.4625*sin(Y0(1)+K2(2)/2)));
        K4(2)=Dt*(pi*f/H*(0.8-1.4625*sin(Y0(1)+K3(2))));
    end
    Y1=Y0+1/6*(K1'+2*K2'+2*K3'+K4')
    Y0=Y1;
end
```

**Tabla. 2. Resultados de las constantes del Método de Runge-Kutta de 4to Orden para cada punto con paso de integración 0.1 segundos. Problema 1.2.**

$i$	$t_i$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
1	0.100	0	0	0	0
2	0.200	1.92684349420174	0.59185048379923	1.33403064336626	0.62659157371916
3	0.300	0.10675328870420	0.11209095313941	0.11235783636117	0.11798907234031
		1.92684349420174	0.59185048379923	1.33403064336626	0.62659157371916
		0.21350657740840	0.22418190627882	0.22471567272234	0.23597814468063
		1.68776422308184	0.59451931351320	1.14284759421397	0.59115887699435

**Tabla. 3. Resultados de la Velocidad y Angulo de Potencia empleando el Método de Runge-Kutta de 4to Orden para cada punto con paso de integración 0.1 segundos. Problema 1.2.**

$i$	$t_i$	$\omega_i$ [p.u]	$\delta_i$ [rad]	$\delta_i$ [Grados]
0	0.000	0	0.46055399168132	26.38779996124300
1	0.100	1.06753288704198	0.46055399168132	26.38779996124300
2	0.200	2.13506577408396	0.57282731502227	32.82058754058674
3	0.300	3.09400859333905	0.79737396170415	45.68616269927421

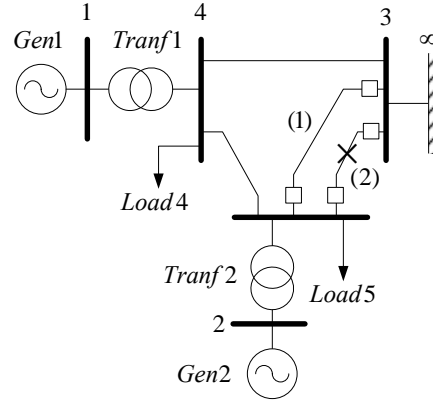


**Figura 3. Trazado de la Velocidad y Angulo de Potencia, para la solución por método de Runge-Kutta de 4to Orden con paso de integración 0.1 segundos. Problema 1.3.**

**Problema 2.** Un sistema de transmisión de 60 Hz, 230 kV, mostrado en la Figura siguiente.

**Tabla 1. Datos de líneas y transformadores**

Barra a Barra	Z serie		Y Paralelo
	R	X	B
Tranf1 1-2	0	0.022	-
Tranf2 2-5	0	0.040	-
Línea 3-4	0.007	0.040	0.082
Línea 3-5 (1)	0.08	0.047	0.098
Línea 3-5 (2)	0.08	0.047	0.098
Línea 4-5	0.018	0.110	0.226



Este sistema tiene dos (02) generadores de inercia finita. Los datos de los transformadores y las líneas se muestran en la Tabla 1. Una falla trifásica ocurre en la mitad de una de las líneas entre las barras 3-5 (2). Mediante la solución pretalla del flujo de potencia se muestra en la Tabla 2.

Determine la ecuación de oscilación para cada una de las máquinas: (2.1) antes de la falla y, (2.2) durante el período de falla [5 Pts]. Los generadores tienen reactancias y valores de  $H$  que se expresan en la base de 100 MVA en la siguiente forma:  $Gen1: x'_{d1} = 0.067$  p.u.,  $H_1 = 11.2$  MJ/MVA y  $Gen2: x'_{d2} = 0.10$  p.u.,  $H_2 = 8.0$  MJ/MVA.

**Tabla 2 Datos de Barra y Valores de Flujo de Potencia Antes de la Falla**

Barra	Voltaje	Generación		Load	
		$P_{gen}$	$Q_{gen}$	$P_{load}$	$Q_{load}$
1	$1.030 \angle 8.88^\circ$	3.500	0.712	-	-
2	$1.020 \angle 6.38^\circ$	1.850	0.298	-	-
3	$1.000 \angle 0.00^\circ$	-	-	-	-
4	$1.03 \angle 4.68^\circ$	-	-	1.00	0.44
5	$1.0113 \angle 2.27^\circ$	-	-	0.50	0.16

## Resolución.

Partiendo de los resultados del flujo de potencia se procede al cálculo de la corriente en terminales de cada generador, antes de la inserción de la perturbación.

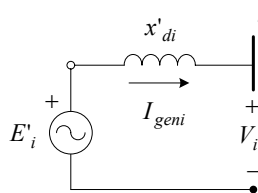
$$I_{geni} = \frac{S_{geni}^*}{V_i^*} \quad \text{para } i = 1, 2.$$

Se procede en el caso de cada generador:

$$I_{gen1} = \frac{S_{gen1}^*}{V_1^*} \quad I_{gen1} = \frac{3.5 - 0.712j}{1.030 \angle -8.88} \quad I_{gen1} = 3.46766 \angle -2.61869 \text{ p.u.}$$

$$I_{gen2} = \frac{S_{gen2}^*}{V_2^*} \quad I_{gen2} = \frac{1.850 - 0.298j}{1.020 \angle -6.38} \quad I_{gen2} = 1.83711 \angle -2.77066 \text{ p.u.}$$

Conociendo que se está empleando el modelo clásico para la simulación de las máquinas sincrónicas, se conoce:



Donde:

$$E'_i = jx'_{di} I_{geni} + V_i$$

De tal modo que resulta para cada máquina:

$$E'_1 = jx'_{d1} I_{gen1} + V_1 = j0.067(3.46766 \angle -2.61869) + 1.030 \angle 8.88 \quad E'_1 = 1.10013 \angle 20.82358 \text{ p.u.}$$

$$E'_2 = jx'_{d2} I_{gen2} + V_2 = j0.10(1.83711\angle -2.77066) + 1.020\angle 6.38 \quad E'_2 = 1.06478\angle 16.18750 \text{ p.u.}$$

Para el caso de la barra de potencia infinita se cumple:

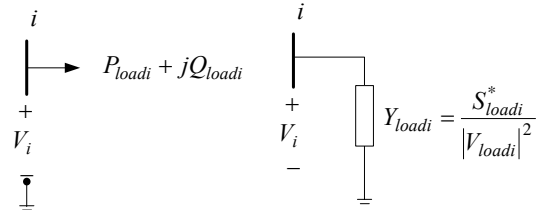
$$E'_3 = 1.000\angle 0.00 \text{ p.u.}$$

De tal modo, que los ángulos de potencia, de las máquinas 1 y 2, puede ser referido a este ángulo como referencia resultando:

$$\delta_{13} = \delta_1$$

$$\delta_{23} = \delta_2$$

Con los resultados de los flujos de potencia, se procede a modelar las cargas, como una impedancia constante, considerando:

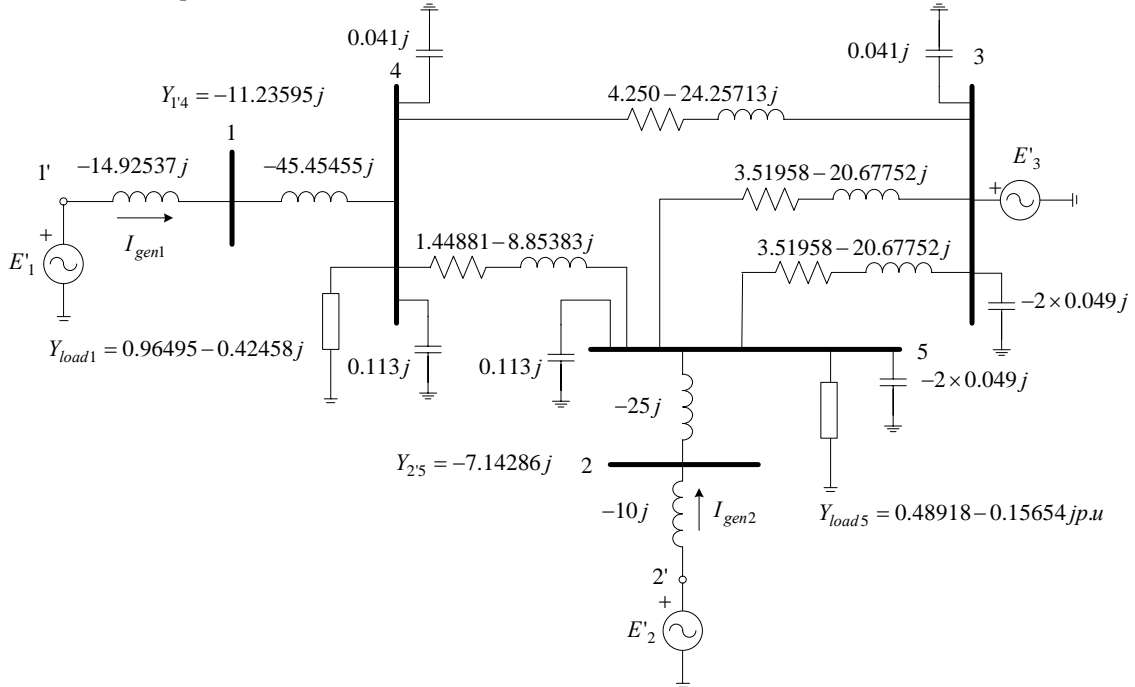


De tal modo, que operando para cada carga se tiene:

$$Y_{load1} = \frac{S_{load1}^*}{|V_{load1}|^2} = \frac{1.00 - 0.44j}{(1.018)^2} \quad Y_{load1} = 1.05423\angle -23.74949 = 0.96495 - 0.42458 \text{ jp.u.}$$

$$Y_{load5} = \frac{S_{load5}^*}{|V_{load5}|^2} = \frac{0.50 - 0.16j}{(1.011)^2} \quad Y_{load5} = 0.51361\angle -17.74467 = 0.48918 - 0.15654 \text{ jp.u.}$$

Para la condición previa a la falla el sistema resulta:



La matriz Admitancia de barra correspondiente puede ser fácilmente calculada, mediante un simple programa elaborado en Matlab™ a líneas de comando.

```

% Problema 16.9 del Stavenson.
% Problema 2. Examen Parcial 3. SP2-2007.
% Valores de Admitancias
% Generadores
y10=1/(0.067*i)
y20=1/(0.10*i)
% Transformadores
y14=1/(0.022*i)
y25=1/(0.040*i)
% Líneas de Transmisión
y34=1/(0.007+0.040*i)
y35=1/(0.008+0.047*i)
y45=1/(0.018+0.110*i)
B34=-0.082*i
B35=-0.098*i
B45=-0.226*i
% Impedancias de las Cargas
Yload4=(1.00-0.44*i)/1.018^2
Yload5=(0.50-0.16*i)/1.011^2
% Formación de la Matriz Ybus, Elemento a elemento
% Elementos de la Diagonal
Y11=y10*y14/(y10+y14)
Y22=y25*y20/(y25+y20)
Y33=y34+y35+y35+B34/2+B35/2+B35/2
Y44=y34+(y14*y10/(y14+y10))+B45/2+B34/2+Yload4+y45
Y55=y35+y35+y45+B45/2+B35+Yload5+(y25*y20/(y25+y20))
% Elementos Fuera de la Diagonal
Y12=0; Y13=0; Y14=-y14*y10/(y10+y14); Y15=0;
Y21=0; Y23=0; Y24=0; Y25=-y25*y20/(y25+y20);
Y31=Y13; Y32=Y23; Y34=-y34; Y35=-y35*2;
Y41=Y14; Y42=Y24; Y43=Y34; Y45=-y45;
Y51=Y15; Y52=Y25; Y53=Y35; Y54=Y45;
% Matriz Admitancia de Barra
Ybus1=[Y11 Y12 Y13 Y14 Y15; Y21 Y22 Y23 Y24 Y25; Y31 Y32 Y33 Y34 Y35; Y41 Y42 Y43 Y44 Y45; Y51
Y52 Y53 Y54 Y55 ]

```

Efectuando la respectiva corrida del programa resulta que los elementos propios de la matriz admitancia de barra ANTES DE LA PERTURBACIÓN RESULTA:

```

Y11 = 0 -11.23595505617977i
Y22 = 0 - 7.14285714285714i
Y33 = 11.28415226922315 -65.75116292613717i
Y44 = 6.65875491087923 -44.92548952281494i
Y55 = 8.97714293273335 -57.71926307235899i

```

Mientras que matriz admitancia de barra resulta:

```

Ybus1 =

Columns 1 through 4

          0 -11.23595505617977i          0          0
0 +11.23595505617977i          0 - 7.14285714285714i          0
0          0          0          11.28415226922315
-65.75116292613717i -4.24499696785931 +24.25712553062462i          0
          0 +11.23595505617977i          0 -4.24499696785931
+24.25712553062462i 6.65875491087923 -44.92548952281494i          0
          0          0 + 7.14285714285714i -7.03915530136384
+41.35503739551254i -1.44880875724404 + 8.85383129426916i

Column 5

          0
          0 + 7.14285714285714i
-7.03915530136384 +41.35503739551254i
-1.44880875724404 + 8.85383129426916i
8.97714293273335 -57.71926307235899i

```

Por consideraciones de espacio se presenta la matriz con solo cuatro decimales:

$$Y_{bus1} = \begin{bmatrix} -11.2360j & 0 & 0 & +11.2360j & 0 \\ 0 & -7.1429j & 0 & 0 & +7.1429j \\ 0 & 0 & 11.2842 - 65.7512j & -4.2450 + 24.2571j & -7.0392 + 41.3550j \\ +11.2360j & 0 & -4.2450 + 24.2571j & 6.6588 - 44.9255j & -1.4488 + 8.8538j \\ 0 & +7.1429j & -7.0392 + 41.3550j & -1.488 + 8.8538j & 8.9771 - 57.7193j \end{bmatrix}$$

Se procede a eliminar las barras 4 y 5, mediante una reducción de Kron

$Y_{red1} =$

$$\begin{bmatrix} 0.4183 - 8.3999j & 0.0386 + 0.2772j & -0.2179 + 7.9238j \\ 0.0386 + 0.2772j & 0.1378 - 6.2527j & -0.1008 + 5.9026j \\ -0.2179 + 7.9238j & -0.1008 + 5.9026j & 1.4198 - 14.6516j \end{bmatrix}$$

De tal modo se procede al cálculo de la potencia eléctrica entregada por cada maquina a la barra de potencia infinita:

$$P_{elec1} = |E'_1|^2 G_{11} + |E'_1||E'_3||Y_{13}| \cos(\delta_{13} - \theta_{13})$$

$$P_{elec2} = |E'_2|^2 G_{22} + |E'_2||E'_3||Y_{23}| \cos(\delta_{23} - \theta_{23})$$

Sustituyendo valores resulta para la máquina 1:

$$P_{elec1} = |1.10013|^2 0.4183 + |1.10013||1.00||7.92680| \cos(\delta_{13} - 91^\circ.57520)$$

$$P_{elec1} = 0.50626 + 8.72051 \cos(\delta_{13} - 91^\circ.57520) \quad \text{MAQUINA 1}$$

Sustituyendo valores resulta para la máquina 2:

$$P_{elec2} = |1.06478|^2 0.1378 + |1.06478||1.00||5.90346| \cos(\delta_{23} - 90^\circ.97836)$$

$$P_{elec2} = 0.15623 + 6.28589 \cos(\delta_{23} - 90^\circ.97836) \quad \text{MAQUINA 2}$$

Finalmente las ecuaciones de oscilación ANTES de la perturbación resultan ser:

$$\frac{d^2 \delta_{13}}{dt^2} = \frac{\pi f}{H_1} (P_{mec1} - P_{elec1}) \quad \frac{d^2 \delta_{13}}{dt^2} = \frac{60\pi}{11.2} (3.5 - [0.5066 + 8.72051 \cos(\delta_{13} - 91^\circ.57520)])$$

$$\frac{d^2 \delta_{13}}{dt^2} = 50.37880 - 146.76584 \text{sen}(\delta_{13} - 1^\circ.57520) \quad \text{MAQUINA 1}$$

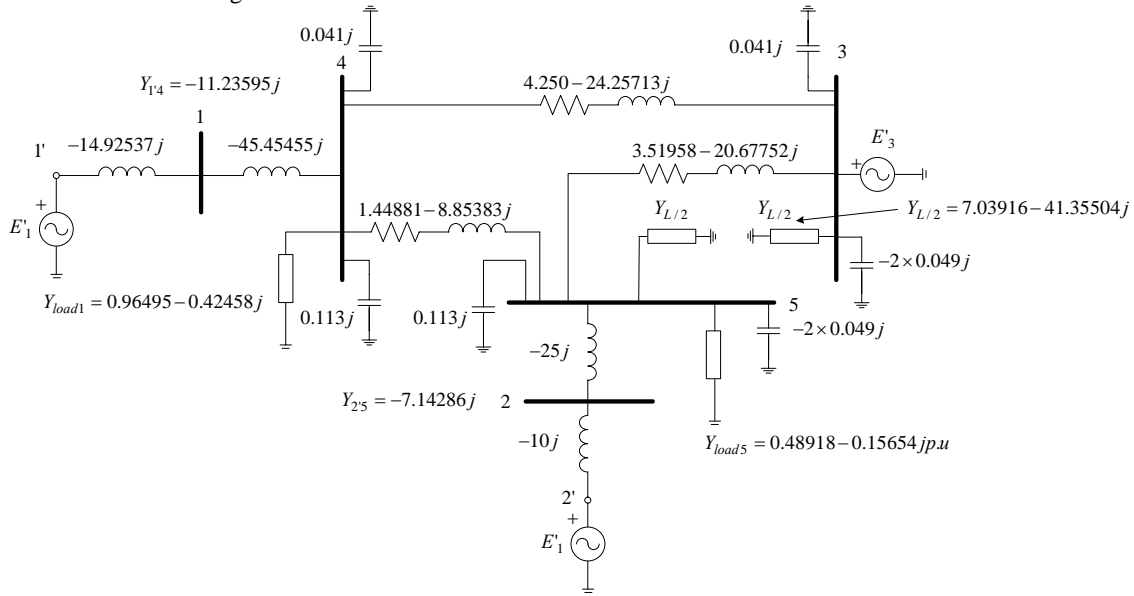
$$\frac{d^2 \delta_{23}}{dt^2} = \frac{\pi f}{H_2} (P_{mec2} - P_{elec2}) \quad \frac{d^2 \delta_{23}}{dt^2} = \frac{60\pi}{8.0} (1.85 - [0.15623 + 6.28589 \cos(\delta_{23} - 90^\circ.97836)])$$

$$\frac{d^2 \delta_{23}}{dt^2} = 39.90804 - 148.10779 \text{sen}(\delta_{23} - 0^\circ.97836) \quad \text{MAQUINA 2}$$

$$\frac{d^2 \delta_{13}}{dt^2} = 50.37880 - 146.76584 \text{sen}(\delta_{13} - 1^\circ.57520)$$

$$\frac{d^2 \delta_{23}}{dt^2} = 39.90804 - 148.10779 \text{sen}(\delta_{23} - 0^\circ.97836)$$

Cuando ocurre la perturbación se trata de una falla por cortocircuito sólido en la mitad de una de las líneas de transmisión 3-5. El diagrama de reactancia en esta situación resulta:



Se construye la nueva matriz de admitancias DURANTE la condición de falla:

$$Y_{bus2} = \begin{bmatrix} -11.2360j & 0 & 0 & +11.2360j & 0 \\ 0 & -7.1429j & 0 & 0 & +7.1429j \\ 0 & 0 & 11.2842 - 86.4287j & -4.2450 + 24.2571j & 0 \\ +11.2360j & 0 & -4.2450 + 24.2571j & 6.6588 - 44.9255j & -1.4488 + 8.8538j \\ 0 & +7.1429j & 0 & -1.488 + 8.8538j & 12.4967 - 78.3968j \end{bmatrix}$$

Se procede a aplicar reducción de Kron para eliminar las barras 4 y 5:

$Y_{red2} =$

$$\begin{bmatrix} 0.4156 - 8.4233i & 0.0290 + 0.2022i & -0.1653 + 6.2293i \\ 0.0290 + 0.2022i & 0.1032 - 6.4937i & -0.0137 + 0.4475i \\ -0.1653 + 6.2293i & -0.0137 + 0.4475i & 12.0933 - 73.0428i \end{bmatrix}$$

De tal modo se procede al cálculo de la potencia eléctrica entregada por cada maquina a la barra de potencia infinita:

$$P_{elec1} = |E'_1|^2 G_{11} + |E'_1||E'_3||Y_{13}|\cos(\delta_{13} - \theta_{13})$$

$$P_{elec2} = |E'_2|^2 G_{22} + |E'_2||E'_3||Y_{23}|\cos(\delta_{23} - \theta_{23})$$

Sustituyendo valores resulta para la máquina 1:

$$P_{elec1} = |1.10013|^2 0.4183 + |1.10013||1.00||6.23149|\cos(\delta_{13} - 91^\circ.52004)$$

$$P_{elec1} = 0.50626 + 6.85545 \cos(\delta_{13} - 91^\circ.52004) \text{ MAQUINA 1}$$

Sustituyendo valores resulta para la máquina 2:

$$P_{elec2} = |1.06478|^2 0.1032 + |1.06478||1.00||0.44771|\cos(\delta_{23} - 91^\circ.75354)$$

$$P_{elec2} = 0.11700 + 0.47671 \cos(\delta_{23} - 91^\circ.75354) \text{ MAQUINA 2}$$

Finalmente las ecuaciones de oscilación ANTES de la perturbación resultan ser:

$$\frac{d^2\delta_{13}}{dt^2} = \frac{\pi f}{H_1} (P_{mec1} - P_{elec1}) \quad \frac{d^2\delta_{13}}{dt^2} = \frac{60\pi}{11.2} (3.5 - [0.5066 + 6.85545 \cos(\delta_{13} - 91^\circ.52004)])$$

$$\frac{d^2\delta_{13}}{dt^2} = 50.37880 - 115.37695 \text{sen}(\delta_{13} - 1^\circ.52004) \text{ MAQUINA 1}$$

$$\frac{d^2\delta_{23}}{dt^2} = \frac{\pi f}{H_2} (P_{mec2} - P_{elec2}) \quad \frac{d^2\delta_{23}}{dt^2} = \frac{60\pi}{8.0} (1.85 - [0.1170 + 0.47671 \cos(\delta_{23} - 91^\circ.75354)])$$

$$\frac{d^2\delta_{23}}{dt^2} = 40.83285 - 11.23221 \text{sen}(\delta_{23} - 1^\circ.75354) \text{ MAQUINA 2}$$

$$\frac{d^2\delta_{13}}{dt^2} = 50.37880 - 115.37695 \text{sen}(\delta_{13} - 1^\circ.52004)$$

$$\frac{d^2\delta_{23}}{dt^2} = 40.83285 - 11.23221 \text{sen}(\delta_{23} - 1^\circ.75354)$$

**Problema 3.** Aplique Runge Kutta de 4<sup>to</sup> Orden, con  $h = 0.5$ , para resolver el siguiente problema.

$$yy'+2(xy-1)=0$$

$$y(1)=1$$

Determine  $y(1.5)$  [2 pts]

**NOTA:** Problema propuesto en la sección 10.7 de [1]

### Resolución.

Se tiene que el problema a resolver puede ser reescrito de la forma:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x = x_0) = y_0 \end{cases}$$

De tal modo, que reordenando las ecuaciones se tiene:

$$y' = -\frac{2(xy-1)}{y}$$

$$y(x=1)=1$$

Se discretiza el problema para  $x \in [1, 1.5]$ , con  $\Delta x = 0.5$ . Para efectuar los cálculos de una manera mas automática, se procedió a implementar un programa en Matlab<sup>TM</sup>.

```
% Método Runge-Kutta de 4to orden
% Problema 3 Parcial 3, SP2-2007
% Parámetros de Simulación
clc; clear
x0=1.0           % Punto inicial de la Simulación
xn=1.5           % Punto final de la simulación
h=0.5;           % Paso de integración h
Y0=1.0;          % Condición inicial de la variable dependiente
Numero=(xn-x0)/h; % Calcular Numero de Puntos a Simular
for II=1:Numero
    X1(II)=x0+h
    % Constantes para Y
    K1=h*(-2*(x0*Y0-1)/Y0)
    K2=h*(-2*((x0+h/2)*(Y0+K1/2)-1)/(Y0+K1/2))
    K3=h*(-2*((x0+h/2)*(Y0+K2/2)-1)/(Y0+K2/2))
    K4=h*(-2*((x0+h)*(Y0+K3)-1)/(Y0+K3))
    Y1(II)=Y0+1/6*(K1+2*K2+2*K3+K4)
    Y0=Y1(II); % Actualizar y Almacenar Valores yi
    x0=X1(II); % Actualizar y Almacenar Valores xi
end
```

Se tiene que:

$$x = 1.5$$

$$K1 = 0$$

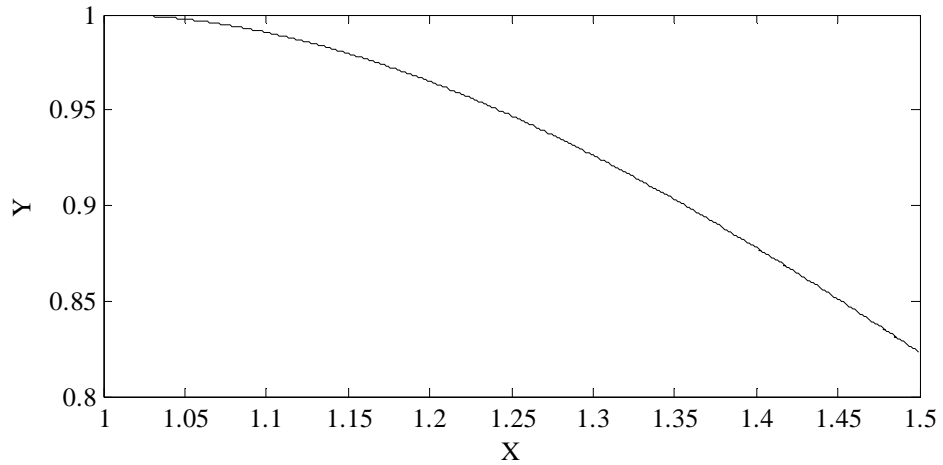
$$K2 = -0.2500000000000000$$

$$K3 = -0.10714285714286$$

$$K4 = -0.3800000000000000$$

$$Y1(x=1.5) = 0.81761904761905$$

En forma aproximada se tiene que  $y(x = 1.5) = 1717/2100 = 0.817619048\dots$



**Figura 5. Trazado de la Resolución del Problema 3 por método de Runge-Kutta de 4to Orden con paso de integración 0.001 segundos.**

Empleando un paso de integración mucho menor con Runge-Kutta de 4to orden,  $\Delta x = 0.001$ , se tiene que la solución de la ecuación diferencial es  $y(x = 1.5) = 0.82300840330862$ .

[1]. W. Allen Smith. "Análisis Numérico". Prentice Hall Hispanoamericana S.A. 1988.