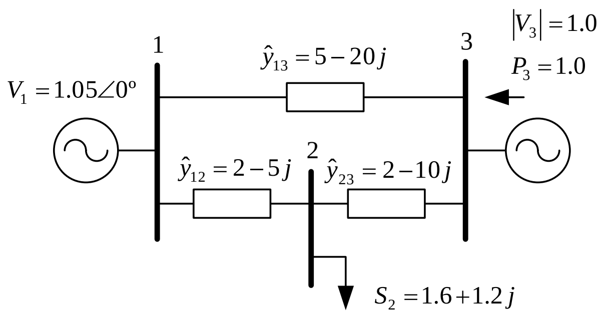
Examen Parcial de Flujo de Potencia 2006

Problema #1. **[8pts]** Resolver las cuatro primeras iteraciones paso a paso para el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Newton Raphson, y con sus condiciones iniciales $x_1 = x_2 = 1.0$:

$$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2 + 7 = 3x_1 x_2 \\ 2x_1 + x_2^2 + 2 = 5x_2 \end{cases}$$

Problema #2. **[12pts]** Encontrar el estado del sistema usando el método de Gauss-Seidel, para las 4 primeras iteraciones. Tome arranque plano para los voltajes.



Nota: Emplee cinco (05) decimales en los cálculos

Apellidos: ______________________________

Nombres:________________________________

Cedula:_________________________

Examen Parcial de Flujo de Potencia 2006

Problema #1. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por el método de Newton Raspón, y con sus condiciones iniciales $x_1 = x_2 = 1.0$:

$$\begin{cases} 2x_1^2 + x_2 + 7 = 3x_1x_2 \\ 2x_1 + x_2^2 + 2 = 5x_2 \end{cases}$$

Resolución.

Método de Newton

Se lleva a la forma de un sistema de ecuaciones no líneas **f(x) = c**.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{c} \qquad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 2x_1^2 + x_2 - 3x_1x_2 = -7 \\ 2x_1 + x_2^2 - 5x_2 = -2 \end{cases} \qquad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Para aplicar el método de Newton Raspón se requiere:

$$\Delta\mathbf{x_i} = [\mathbf{J}]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x_i})]$$

$$\mathbf{x_{i+1}} = \mathbf{x_i} + \Delta\mathbf{x_i}$$

Donde:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 4x_1 - 3x_2 \qquad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 1 - 3x_1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 2 \qquad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 2x_2 - 5$$

$$J = \begin{bmatrix} 4x_1 - 3x_2 & 1 - 3x_1 \\ 2 & 2x_2 - 5 \end{bmatrix}$$

Usando Matlab™, directamente desde su wokspace, se puede determinar el Jcobiano explicito.

```
>>syms x1 x2
>> f=[2*x1^2+x2+7-3*x1*x2;2*x1+x2^2+2-5*x2]
f =
 2*x1^2+x2+7-3*x1*x2
    2*x1+x2^2+2-5*x2
>> X=[x1;x2]
X =
 x1
 x2
>> J=jacobian(f,X)
J =
[ 4*x1-3*x2,    1-3*x1]
[         2,    2*x2-5]
```

Se comienza a iterar, para $i = 0$;

$$\Delta\mathbf{x}_0 = [\mathbf{J}_0]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)]$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}_0$$

Donde:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 4-3 & 0 \\ 2 & 2-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \qquad [\mathbf{J}]^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_0 = [\mathbf{J}_1]^{-1}[\mathbf{c}-\mathbf{f}(\mathbf{x}_1)] = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7-0 \\ -2+2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_0 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_0 = \begin{bmatrix} 21 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \mathbf{\Delta x}_1$$

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 21 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 22 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Se calcula el error: $\|x_1 - x_0\| = 25.2389$

Para i = 1, se tiene:

$$\mathbf{\Delta x}_1 = [\mathbf{J}_1]^{-1}[\mathbf{c}-\mathbf{f}(\mathbf{x}_1)]$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{\Delta x}_1$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 43 & -65 \\ 2 & 25 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Delta x}_1 = \begin{bmatrix} 43 & -65 \\ 2 & 25 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -7+7 \\ -2-194 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_1 = \begin{bmatrix} -10.5726 \\ -6.9942 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 11.4274 \\ 12.6767 \end{bmatrix} \qquad \|x_2 - x_1\| = 12.6767$$

Para i = 2, se tiene:

$$\mathbf{\Delta x}_2 = [\mathbf{J}_2]^{-1}[\mathbf{c}-\mathbf{f}(\mathbf{x}_2)]$$

$$\mathbf{x}_3 = \mathbf{x}_2 + \mathbf{\Delta x}_2$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 21.6921 & -33.2822 \\ 2.0000 & 11.0116 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Delta x}_2 = \begin{bmatrix} 21.6921 & -33.2822 \\ 2.0000 & 11.0116 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -7+5.2803 \\ -2-46.9187 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_2 = \begin{bmatrix} -5.3926 \\ -3.4630 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 6.0348 \\ 4.5428 \end{bmatrix} \qquad \|x_3 - x_2\| = 6.0348$$

Para i = 3, se tiene:

$$\mathbf{\Delta x}_3 = [\mathbf{J}_3]^{-1}[\mathbf{c}-\mathbf{f}(\mathbf{x}_3)]$$

$$\mathbf{x}_4 = \mathbf{x}_3 + \mathbf{\Delta x}_3$$

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 10.5108 & -17.1044 \\ 2.0000 & 4.0856 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Delta x}_2 = \begin{bmatrix} 10.5108 & -17.1044 \\ 2.0000 & 4.0856 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -7+4.8640 \\ -2-9.9926 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta x}_2 = \begin{bmatrix} -2.7718 \\ -1.5784 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 3.2628 \\ 2.9643 \end{bmatrix} \qquad \|x_4 - x_3\| = 3.1898$$

Para i = 4, se tiene:

$$\mathbf{\Delta x}_4 = [\mathbf{J}_4]^{-1}[\mathbf{c}-\mathbf{f}(\mathbf{x}_4)]$$

$$\mathbf{x}_5 = \mathbf{x}_4 + \mathbf{\Delta x}_4$$

$$\mathbf{J}_4 = \begin{bmatrix} 4.1588 & -8.7888 \\ 2.0000 & 0.9287 \end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 4.1588 & -8.7888 \\ 2.0000 & 0.9287 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -7+4.7594 \\ -2-0.4915 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} -1.1184 \\ -0.2747 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} 2.1446 \\ 2.6901 \end{bmatrix} \qquad \|x_5 - x_4\| = 1.1515$$

Para i = 5, se tiene:

$$\Delta\mathbf{x}_5 = [\mathbf{J}_5]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_5)]$$
$$\mathbf{x}_6 = \mathbf{x}_5 + \Delta\mathbf{x}_5$$
$$\mathbf{J}_5 = \begin{bmatrix} 0.5080 & -5.4337 \\ 2.0000 & 0.3801 \end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} -0.0913 \\ 0.2825 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_6 = \begin{bmatrix} 2.0532 \\ 2.9726 \end{bmatrix} \qquad \|x_6 - x_5\| = 0.2969$$

Para i = 6, se tiene:

$$\Delta\mathbf{x}_6 = [\mathbf{J}_6]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_6)]$$
$$\mathbf{x}_7 = \mathbf{x}_6 + \Delta\mathbf{x}_6$$
$$\mathbf{J}_6 = \begin{bmatrix} -0.7047 & -5.1597 \\ 2.0000 & 0.9451 \end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} -0.0519 \\ 0.0253 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_7 = \begin{bmatrix} 2.0014 \\ 2.9979 \end{bmatrix} \qquad \|x_7 - x_6\| = 0.0577$$

Para i = 7 se tiene:

$$\Delta\mathbf{x}_7 = [\mathbf{J}_7]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_7)]$$
$$\mathbf{x}_8 = \mathbf{x}_7 + \Delta\mathbf{x}_7$$
$$\mathbf{J}_7 = \begin{bmatrix} -0.9880 & -5.0042 \\ 2.0000 & 0.9957 \end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{x}_7 = \begin{bmatrix} -0.0014 \\ 0.0021 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_7 = \begin{bmatrix} 2.0000 \\ 3.0000 \end{bmatrix} \qquad \|x_8 - x_7\| = 0.0025$$

Para i = 8 se tiene:

$$\Delta\mathbf{x}_8 = [\mathbf{J}_8]^{-1}[\mathbf{c} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_8)]$$
$$\mathbf{x}_9 = \mathbf{x}_8 + \Delta\mathbf{x}_8$$
$$\mathbf{J}_8 = \begin{bmatrix} 1.000 & -5.0000 \\ 2.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} \qquad \Delta\mathbf{x}_8 = \begin{bmatrix} -0.03942 \\ 0.3326 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \quad \mathbf{x}_9 = \begin{bmatrix} 2.0000 \\ 3.0000 \end{bmatrix} \qquad \|x_9 - x_8\| = 5.1576 \times 10^{-6}$$

```
  i       x1         x2          error
  1    1.000000   1.000000     25.238859
  2    22.000000 22.000000     12.676706
  3    11.427386 11.427386     6.408789
  4    6.034796   6.034796     3.189771
  5    3.262949   3.262949     1.151537
  6    2.144553   2.144553     0.296884
  7    2.053249   2.053249     0.057709
  8    2.001387   2.001387     0.002544
  9    2.000004   2.000004     0.000005
```

```
% Problema #1 parcial de flujo de potencia de Sp2-2006
clc     % Limpia la pantalla
clear   % Limpia la memoria para las variables
x1=1;   % CONDICIONES INICIALES
x2=1;
c1=-7;  % SE CONSTRUYE EL VECTOR
c2=-2;
C=[c1;c2];
epsilon=1e-3;   % Tolerancia máxima del error
error=1;        % error Inicial
itera=0;

while error > epsilon
    itera=itera+1;  % Contador de Iteraciones
    disp(sprintf(' Iteración: %i',itera));

    X_old=[x1;x2];      % Vector X_old
    % EVALUACION DE LAS FUNCIONES
```

```
    f1= 2*x1^2+x2-3*x1*x2;
    f2= 2*x1+x2^2-5*x2;
    F=[f1;f2];
    % EVALAUCION DEL JACOBIANO
    J = [ 4*x1-3*x2    1-3*x1;  2    2*x2-5];
    % CALCULO DEL INCREMENTO
    Delta_X=J^-1*(C-F);
    X_new=X_old+Delta_X;
    error=norm(X_new-X_old);
    disp(sprintf('  %i    %f.   %f     %f',itera, x1,x1,error))
    x1=X_new(1);
    x2=X_new(2);
end
```

Método de Gauss

Se procede a definir las ecuaciones iterativas:

$$x_1 = \frac{2x_1^2 + x_2 + 7}{3x_2}$$

$$x_2 = \frac{2x_1 + x_2^2 + 2}{5}$$

Para el método de Euler, la ecuación iterativa, resulta simple:

$$x_1^{(k+1)} = \frac{2\left[x_1^{(k)}\right]^2 + x_2^{(k)} + 7}{3x_2^{(k)}}$$

$$x_2^{(k+1)} = \frac{2x_1^{(k)} + \left[x_2^{(k)}\right]^2 + 2}{5}$$

```
Método de Gauss
 i         x1         x2           error
--------------------------------------------
 1     3.333333     1.000000      2.333333
 2     10.074074    1.933333      9.121948
 3     36.535736    5.177185     35.780406
 4     172.674091   20.374944   172.763948
```

Método de Gauss-Jacobi:

Se procede a definir las ecuaciones iterativas:

$$x_1^{(k+1)} = \frac{2\left[x_1^{(k)}\right]^2 + x_2^{(k)} + 7}{3x_2^{(k)}}$$

$$x_2^{(k+1)} = \frac{2x_1^{(k+1)} + \left[x_2^{(k)}\right]^2 + 2}{5}$$

```
Metodo de Gauss Jacobi
i         x1         x2           error
--------------------------------------------

 1     3.333333     1.933333     2.513077
 2     5.371648     3.296215     4.938006
 3     6.877122     5.323855     7.296320
 4     6.693988     8.746281     9.613864
```

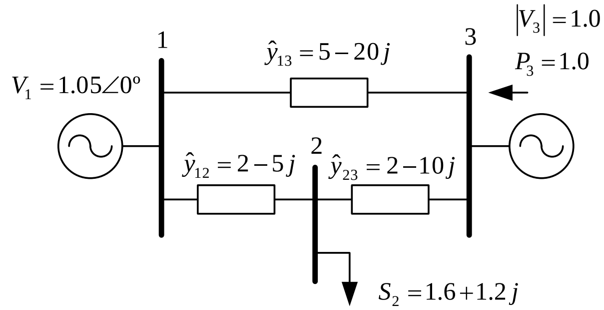
En algunos casos, se puede considerar otra forma de despeje:

$$x_1^{(k+1)} = \frac{-\left[x_2^{(k)}\right]^2 + 5x_2^{(k)} + 2}{2}$$

$$x_2^{(k+1)} = \frac{-2x_1^{(k+1)} - 7}{1 - 3x_1^{(k+1)}}$$

```
Metodo de Gauss Jacobi Otra forma de despeje
 1     1.000000     4.500000     3.500000
 2     0.125000   -11.600000    16.123760
 3     -97.280000   0.640486    98.171093
 4     0.396104    41.379017   105.831230
```

Problema #2. [12pts] Encontrar el estado del sistema usando el método de Gauss-Seidel, para las 4 primeras iteraciones. Tome arranque plano para los voltajes.



Resolucion

Se contruye la matriz admitancia de barra:

```
Y =

   7.0000 -25.0000i  -2.0000 + 5.0000i  -5.0000 +20.0000i
  -2.0000 + 5.0000i   4.0000 -15.0000i  -2.0000 +10.0000i
  -5.0000 +20.0000i  -2.0000 +10.0000i   7.0000 -30.0000i
```

Se procede a iterar, empleando el metodo de Gauss-Seidel, empleando un programa en MATLAB™

```
 1   1.050000 <0.000000  0.919256<-4.842035  -0.314938   1.002304<0.553006
 Se corrige la barra 3
 1   1.050000 <0.000000  0.919256<-4.842035  -0.314938   1.000000<0.553006

 2   1.050000 <0.000000  0.903143<-4.359751  -0.202633   1.000543<0.685664
 Se corrige la barra 3
 2   1.050000 <0.000000  0.903143<-4.359751  -0.202633   1.000000<0.685664

 3   1.050000 <0.000000  0.901868<-4.420471  -0.204748   0.999943<0.671587
 Se corrige la barra 3
 3   1.050000 <0.000000  0.901868<-4.420471  -0.204748   1.000000<0.671587

 4   1.050000 <0.000000  0.901620<-4.431102  -0.200947   0.999983<0.667383
 Se corrige la barra 3
 4   1.050000 <0.000000  0.901620<-4.431102  -0.200947   1.000000<0.667383
```

Resultados de flujo de potencia con Winflu:

```
*************************************************
*         REPORTE DEL FLUJO DE POTENCIA         *
*                                               *
*************************************************

Numero de Barras      :   3
Numero de Generadores :   2


********************************************************
*               BARRAS DEL SISTEMA                     *
********************************************************

 Nombre          Tipo       Tension          Angulo  F.Penalizacion   Carga        Shunt   Subsistema
                         ( KV ) (pu)        (Grados)                (MW)   (MVAR)   (MVAR)
 BARRA_1           2   120.750  1.050         0.000     1.000000   0.00     0.00               1
 BARRA_2           0   103.899  0.903        -4.451     1.119974   1.60     1.20               1
 BARRA_3           1   115.000  1.000         0.667     1.000062   0.00     0.00               1


*****************************************************************************************
*  FLUJOS ENTRE LINEAS Y TRANSFORMADORES                                                *
*****************************************************************************************
 ENVIO       RECEPCION        Longitudinal    P.Transv.     P. Totales      Tap
                              (MW)     (MVAR)      (MW)      (MW)     (MVAR)  (visual)
 BARRA_1     ----------------------------------------------------------------
             BARRA_2           0.68      0.64      0.00      0.05      0.14
             BARRA_3           0.02      1.11      0.00      0.01      0.05
 BARRA_2     ----------------------------------------------------------------
             BARRA_1          -0.63     -0.50      0.00      0.05      0.14
             BARRA_3          -0.97     -0.67      0.00      0.03      0.17
 BARRA_3     ----------------------------------------------------------------
             BARRA_2           1.01      0.84      0.00      0.03      0.17
```

BARRA_1	-0.01	-1.06	0.00	0.01	0.05

```
*****************************************************************************************
*  GENERADORES                                                                          *
*****************************************************************************************
```

BARRA	Tipo	Tension (KV)	Tension (pu)	Angulo (Grados)	Potencia Generada (MW)	Potencia Generada (MVAR)		Limites React. Min	Limites React. Max	f.p. (%)
BARRA_1	2	120.7	1.050	0.00	0.70	1.75	H	0.00	0.00	37.16
BARRA_3	1	115.0	1.000	0.67	1.00	-0.22	L	0.00	0.00	97.67