


ELC-30524
Sistemas de Potencia II



Anexo 1.1
Operación Matriciales y Matrices
en Sistemas de Potencia

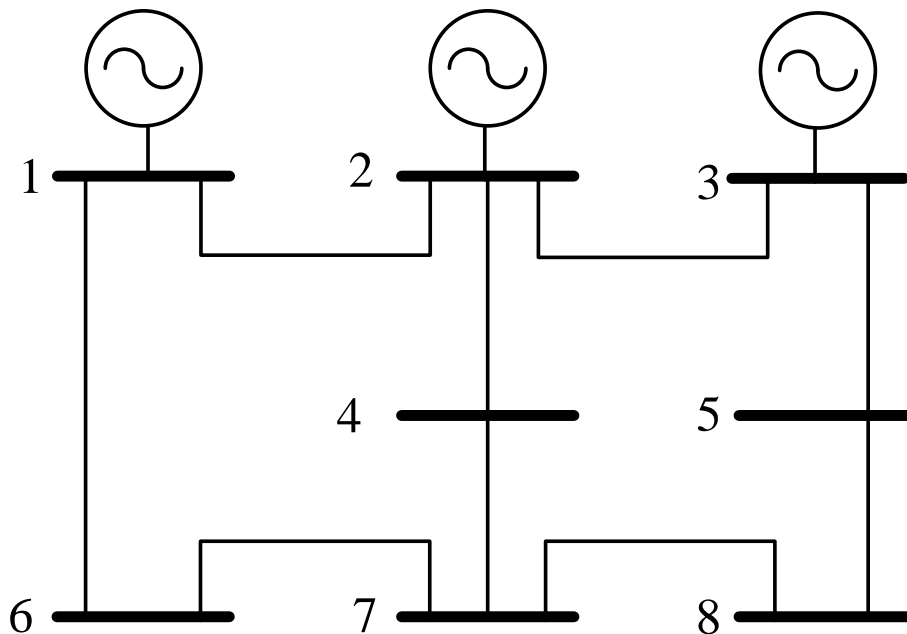
Prof. Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

<http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm>

1. Ejemplo

- Considere la red mostrada en la Figura, y los siguientes datos.



Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

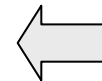
1. Ejemplo

- La matriz que caracteriza la red es formada por el ensamble de los elementos del sistema uno a la vez, y por la modificación de la matriz para reflejar el cambio en la impedancia equivalente de la red por la adición de la línea.
- La lista de líneas ha sido reordenada desde una lista aleatoria a una secuencia tal que es posible conectar cada línea al sistema cuando esta es seleccionada desde la lista de procesamiento.

1.1.1. Adición de la Primera línea

- La primera línea debe ser siempre una línea conectada a referencia.
- La línea 0-1 debe ser la primera línea procesada.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140



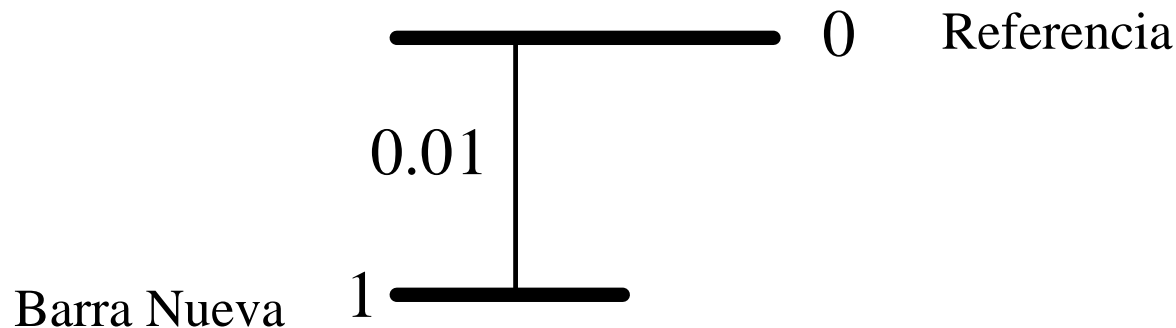
1.1.1. Adición de la Primera línea

- En este punto, no hay red, no hay matriz, y no hay entrada en la lista de barras que describe el sistema.
- Las barras 0 y 1 son examinada y comparadas con la lista de barras del sistema para determinar el tipo de línea y el algoritmo a ser usado.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.1. Adición de la Primera línea

- La línea es del tipo de una línea *conectada desde referencia a la barra 1*.
- La barra 1 es comparada con las lista del sistema.
- En este punto no hay barras en el sistema.
- Esta línea de tal modo, es una degeneración del caso de la adición de una nueva barra.



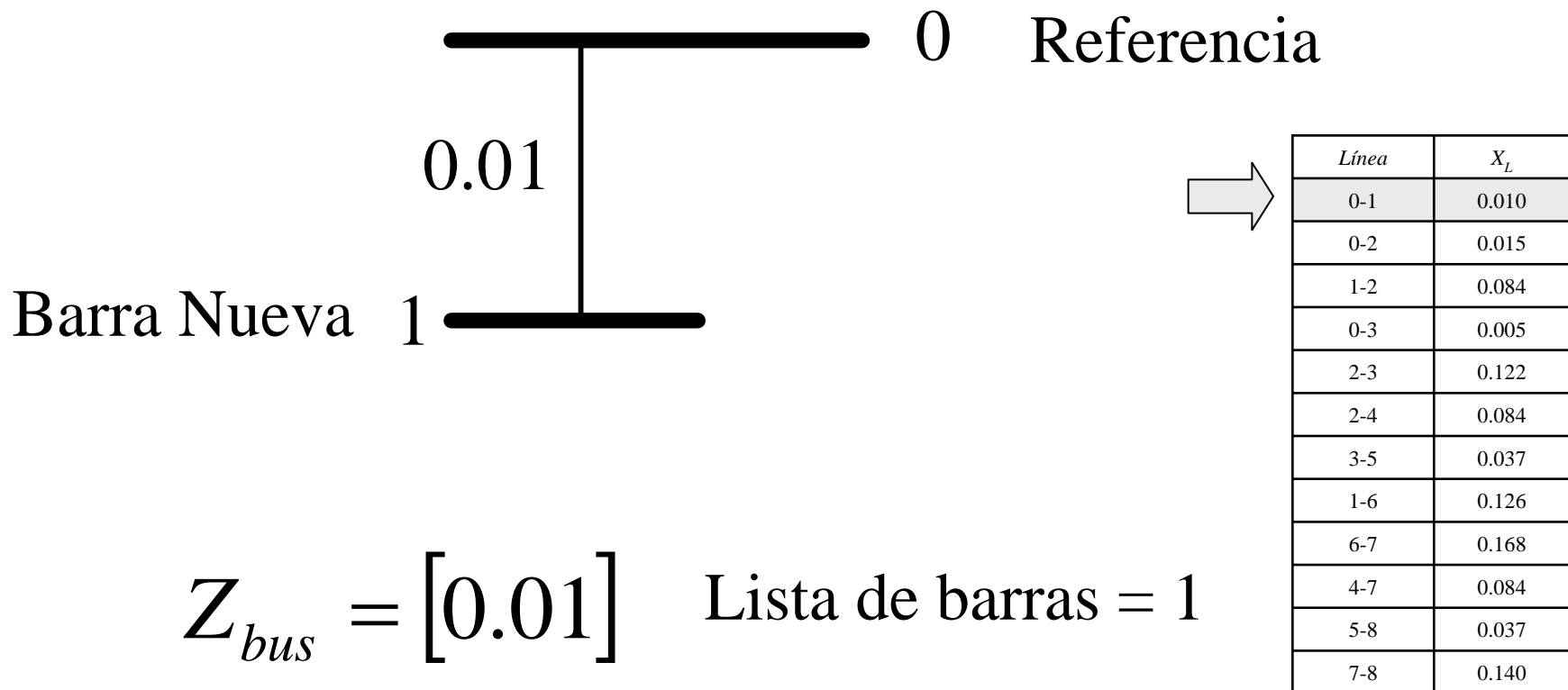
1.1.1. Adición de la Primera línea

- Es imposible agregar una fila y columnas de ceros a la matriz debido a que no existe matriz en este punto.
- Los elementos de la diagonal del nuevo eje es la impedancia de la línea a ser agregada, $\hat{Z}_{01} = 0.01 \text{ jp.u.}$
- La nueva barra es agregada a la lista de barra.
- Luego de agregar esta primera línea, se tiene:

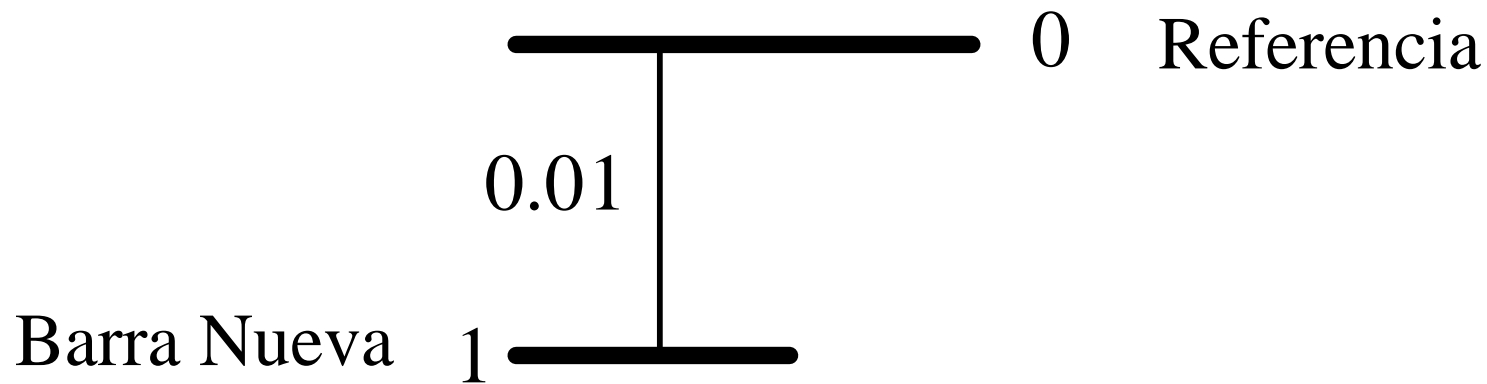
$$Z_{bus} = [0.01] \quad \text{Lista de barras} = 1$$

1.1.1. Adición de la Primera línea

- El diagrama del sistema es mostrado abajo.



-
-
- La matriz dice que una corriente inyectada a la barra 1 podría causar un voltaje de 0.01 p.u, en la barra 1 cuando se mide con respecto a la barra de referencia.



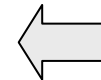
$$Z_{bus} = [0.01]$$

Lista de barras = 1

1.1.2. Adición de la Segunda línea.

- La próxima línea (0-2) es seleccionada desde la lista de procesamiento.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

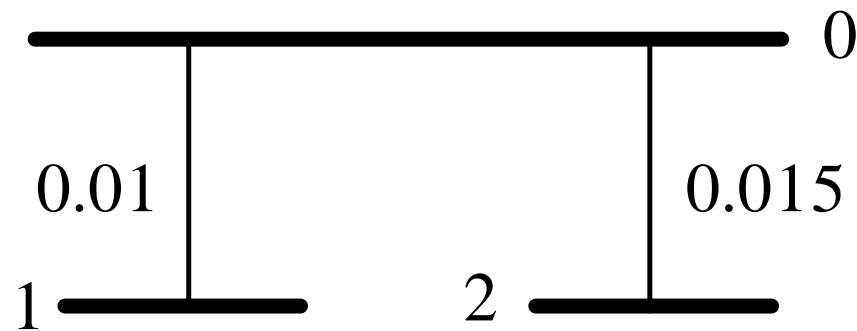


1.1.2. Adición de la Segunda línea.

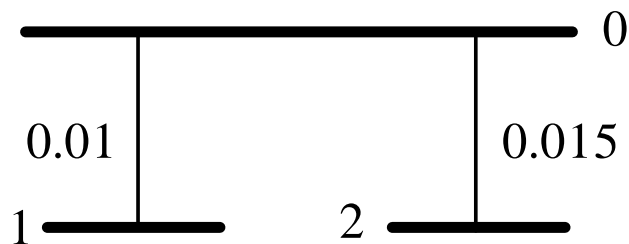
- Examinando las barras de numero 0 y 2, y comparando con la lista de barras del sistema, se muestra que esta línea se encuentra conectada entre *referencia y una barra nueva*, la barra 2.
- Esta operación es también del tipo 1.
- Aumentando la matriz en una fila y una columna de ceros.

-
- El elemento de la diagonal de la nueva fila y columna es la impedancia de la nueva línea, $\hat{Z}_{02} = 0.015 \text{ jp.u.}$
 - Agregando la barra 2 a la lista resulta:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.015 \end{bmatrix} \quad \text{Lista de barras} = 1,2$$



- La matriz muestra que una inyección de una corriente unitaria en la barra 1 y saliendo en referencia, causa un voltaje de 0.01 en la barra 1, y un voltaje cero aparezca en la barra 2.
- Y una inyección de corriente unitaria en la barra 2 producirá un voltaje de 0.015 *p.u.*, en la barra 2 y un voltaje cero en la barra 1.



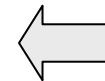
$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.015 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

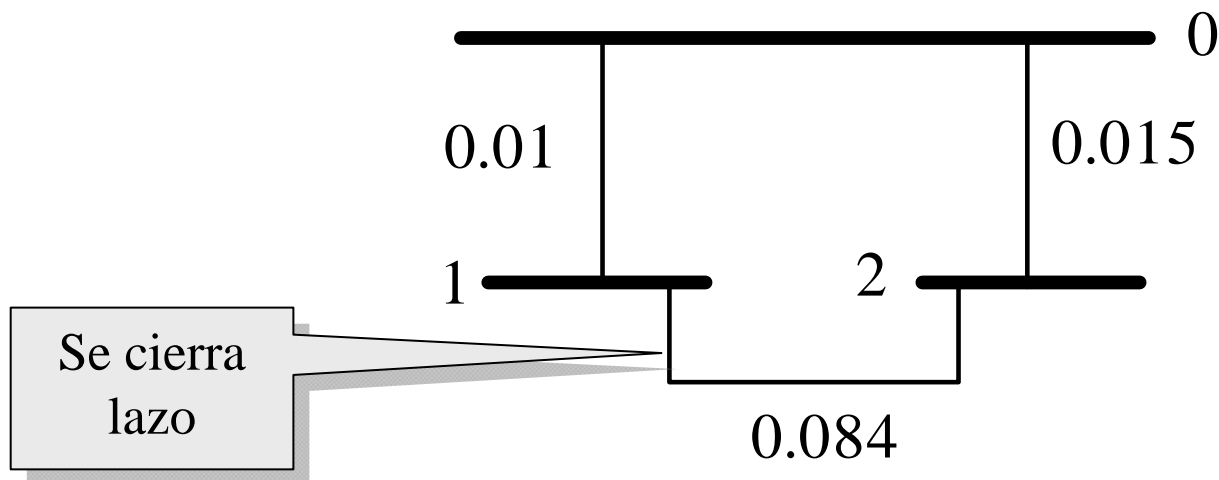
- La próxima línea (1-2) es seleccionada desde la lista de procesamiento.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140



1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Un examen en la lista de barras, muestra que esta *línea no posee una línea a referencia*.
- Comparando con los números de barra de la línea con las barras del sistema, se verifica que es una operación del tipo 3 (*cierre de un lazo, o agregar un elemento entre dos barras existentes*).



1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- El elemento de la diagonal es obtenido por la respectiva ecuación teórica de $Z_{lazo,lazo}$.

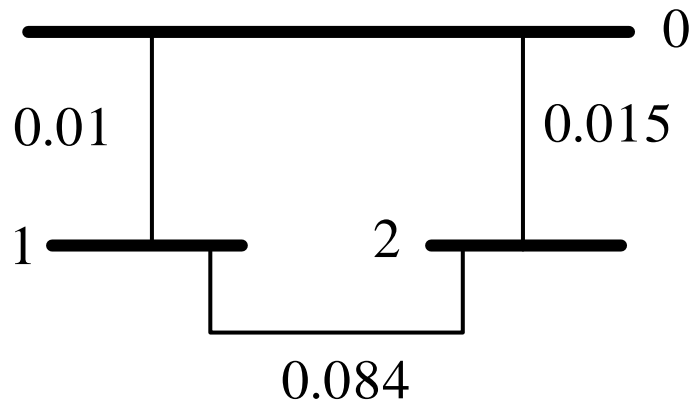
$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ loop \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ 0.01 & -0.015 & \boxed{0.109} \end{bmatrix}$$

$$Z_{Lazo,Lazo} = Z_{pp} + Z_{qq} - 2Z_{pq} + \hat{Z}_{pq} \quad \begin{matrix} p = 1 \\ q = 2 \end{matrix}$$

Lista de barras = 1,2, *loop*

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- El diagrama del sistema es mostrado en la siguiente figura.



Lista de barras = 1,2, *loop*

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ loop \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ 0.01 & -0.015 & 0.109 \end{bmatrix}$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- La matriz es reducida por la aplicación de la *reducción de Kron*.

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{Z}_3 & \mathbf{Z}_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z}_{\text{bus}}^{\text{Nueva}} = \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_4^{-1} \mathbf{Z}_3$$

- Como se conoce de teoría, la reducción de Kron es importantemente reducida cuando un solo orden (una fila una columna) esta involucrada en la reducción.

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}}^{\text{Nueva}} = \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_4^{-1} \mathbf{Z}_3$$

- En este caso se transforma en $1/\mathbf{Z}_4$, y no se requiere invertir una matriz (con todas las complicaciones asociadas).
- La modificación de los elementos que están fuera de la columna y fila lazo puede ser mas fácilmente llevada a cabo elemento a elemento, más que empleando la ecuación en su versión matricial.

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Se puede verificar fácilmente que la modificación para un elemento, Z_{ij} es simplemente:

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - Z_{i-loop} \left(\frac{1}{Z_{loop,loop}} \right) Z_{loop-j}$$

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 i \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 loop
 \end{array}
 \left[
 \begin{array}{ccc}
 & j & loop \\
 & | & \\
 - & Z_{ij} & \rightarrow Z_{i-loop} \\
 & \downarrow & \\
 & Z_{loop-j} & \rightarrow Z_{loop-loop}
 \end{array}
 \right]$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- Aplicando la ecuación antes definida, se procede a modificar todos los elementos que no pertenecen al orden del *loop*.
- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \text{loop} \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 0.01 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0.015 & -0.015 \\ \hline 0.01 & -0.015 & 0.109 \end{array} \right]$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z'_{11} = Z_{11} - Z_{1-loop} \left(\frac{1}{Z_{loop-loop}} \right) Z_{loop-1}$$

$$Z'_{11} = 0.01 - \frac{0.01 \times 0.01}{0.109}$$

$$Z'_{11} = 0.00908257 \text{ p.u}$$

$$Z'_{12} = Z_{12} - Z_{1-loop} \left(\frac{1}{Z_{loop-loop}} \right) Z_{loop-2}$$

$$Z'_{12} = 0 - \frac{0 \times -0.015}{0.109}$$

$$Z'_{12} = 0.00137615 \text{ p.u}$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

- En este caso, la fila y columna lazo son eliminados.

$$Z'_{22} = Z_{22} - Z_{2-loop} \left(\frac{1}{Z_{loop-loop}} \right) Z_{loop-2}$$

$$Z'_{22} = 0.015 - \frac{-0.015 \times -0.015}{0.109}$$

$$Z'_{22} = 0.01293579 \text{ p.u}$$

1.1.3. Adición de la Tercera línea.

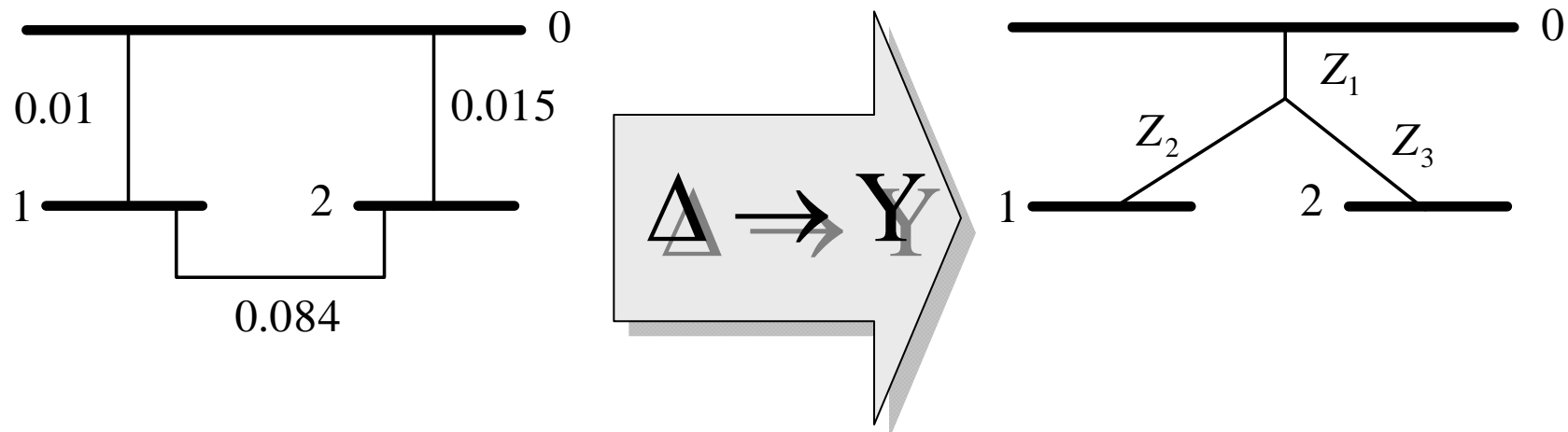
- La matriz modificada es:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 \\ 0.00137615 & 0.01293579 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2, *loop*

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- La reducción matricial puede ser vista como una reducción delta-estrella de la red.
- Los tres enlaces en la operación anterior forma una delta cuyos vértices son referencia, barra 1 y barra 2, la cual puede ser transformada empleando la conversión estándar delta estrella



1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- La barra 1 y barra 2, la cual puede ser transformada empleando la conversión estándar delta estrella.

$$Z_1 = \frac{0.01 \times 0.015}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

$$Z_1 = 0.00137615$$

$$Z_2 = \frac{0.01 \times 0.084}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

$$Z_2 = 0.00770642$$

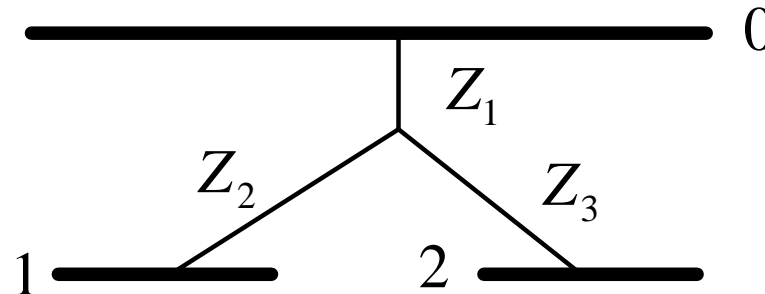
$$Z_3 = \frac{0.015 \times 0.084}{0.01 + 0.015 + 0.084}$$

$$Z_3 = 0.001155964$$

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- Si la red de la siguiente figura, se le inyecta una corriente unitaria en la barra 1, la impedancia en el punto de inyección Z_{11} , es la suma de Z_1 y Z_2 .

$$Z_{11} = 0.00137615 + 0.0077062 = 0.00908257$$



1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- El voltaje de la barra 2 es igual a la caída de voltaje en la impedancia $Z_1 = 0.00137615$.
- Esta es la impedancia de transferencia, Z_{12} .
- En el punto de inyección de la barra 2, se obtiene una impedancia por el drenado de una corriente de uno por unidad en la barra 2 de:

$$Z_{22} = Z_1 + Z_3 = 0.01293579$$

1.1.4. Reducción Matricial - Una conversión Delta-Estrella.

- Esos valores concuerdan con la matriz obtenida por la reducción de Kron.
- Entonces la reducción puede ser vista como una reducción de red o como una manipulación algebraica.

$$Z_{bus} = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{c|c} 0.00908257 & 0.00137615 \\ \hline 0.00137615 & 0.01293579 \end{array} \right]$$

$$Z_{11} = 0.00908257$$

$$Z_{22} = 0.01293579$$

1.1.5. Adición de la Cuarta Línea.

- Continuando con el algoritmo de construcción se procede a procesar la selección de la próxima línea, 0-3.

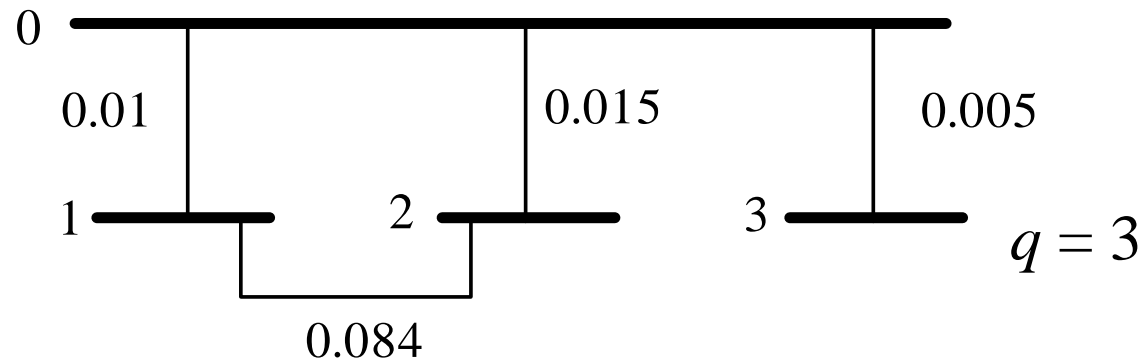
<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.5. Adición de la Cuarta Línea.

- Continuando con el algoritmo de construcción se procede a procesar la selección de la próxima línea, 0-3.
- Esta línea es identificada como una línea de tipo 1, es decir una línea entre referencia y una barra nueva, 3.
- La matriz es aumentada en una fila y una columna de ceros y la diagonal de esta, es el valor de la línea a agregar

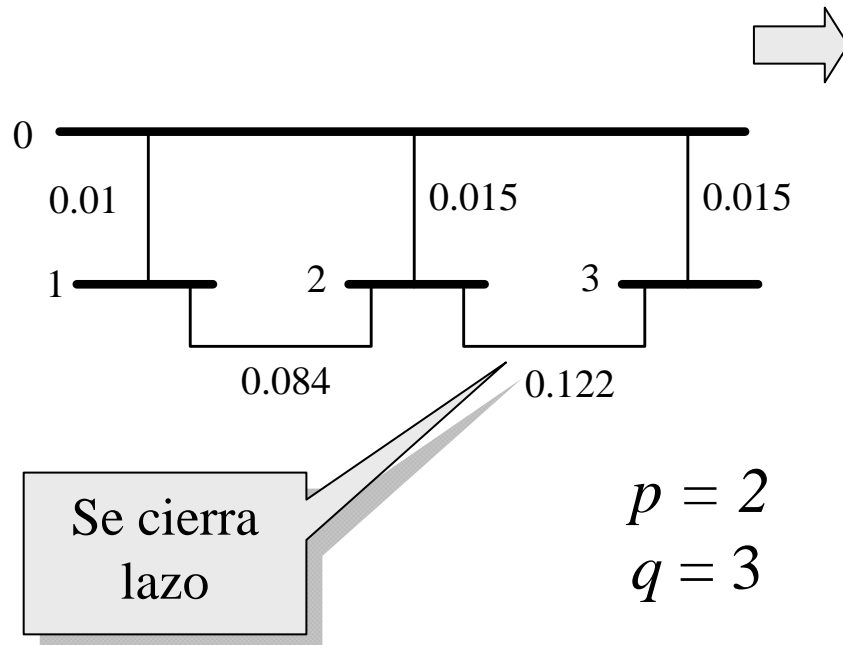
- La matriz es aumentada en una fila y una columna de ceros y la diagonal de esta, es el valor de la línea a agregar $\hat{Z}_{03} = 0.005 \text{ jp.u}$
- La nueva barra es agregada a la lista de barras.

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 & 0 \\ 0.00137615 & 0.01293579 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 \end{bmatrix} \quad \text{Lista de barras} = 1,2,3$$



1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La próxima línea en la lista de datos (2-3) es una línea que cierra lazo, debido a que ambas barras están en la lista de barras del sistema.



Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La fila y columna de lazo es la diferencia de las columnas correspondientes a las barras 2 y 3.
- El elemento de la diagonal es dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{22} + Z_{33} - 2Z_{23} + \hat{Z}_{23}$$

$$Z_{loop-loop} = 0.01293578 + 0.005 - 2 \times 0 + 0.122$$

$$Z_{loop-loop} = 0.13993578$$

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- La matriz aumentada es:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ loop \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00908257 & 0.00137615 & 0 & 0.00137615 \\ 0.00137615 & 0.01293579 & 0 & 0.01293579 \\ & & 0.005 & -0.005 \\ & & & 0.13935579 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3, *loop*

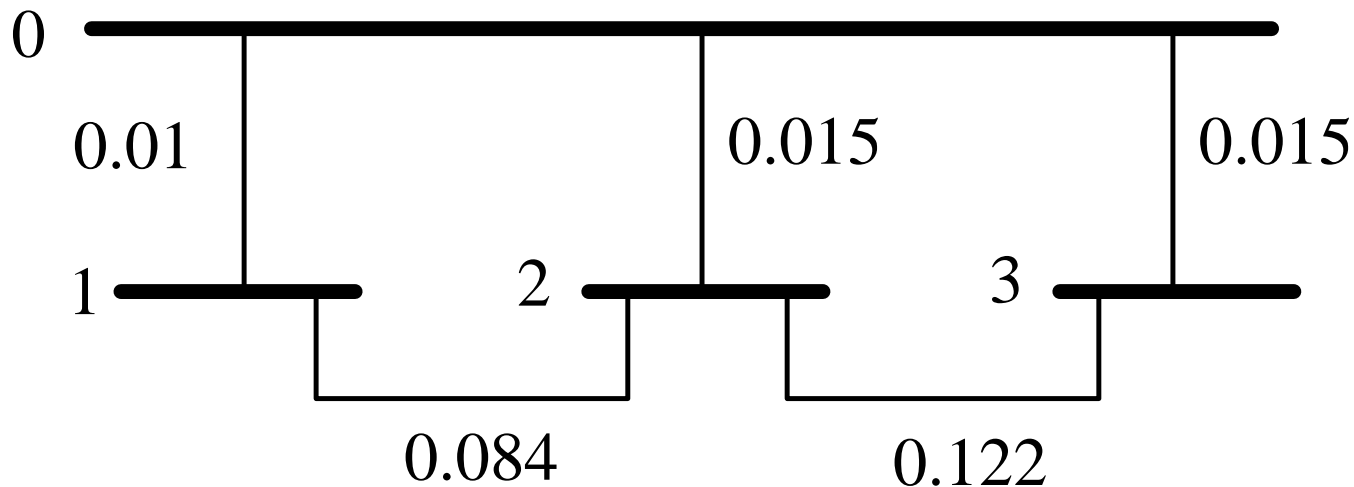
- Se debe aplicar reduccion de Kron.

1.1.6. Adición de la Quinta Línea.

- Aplicando la reducción de Kron:

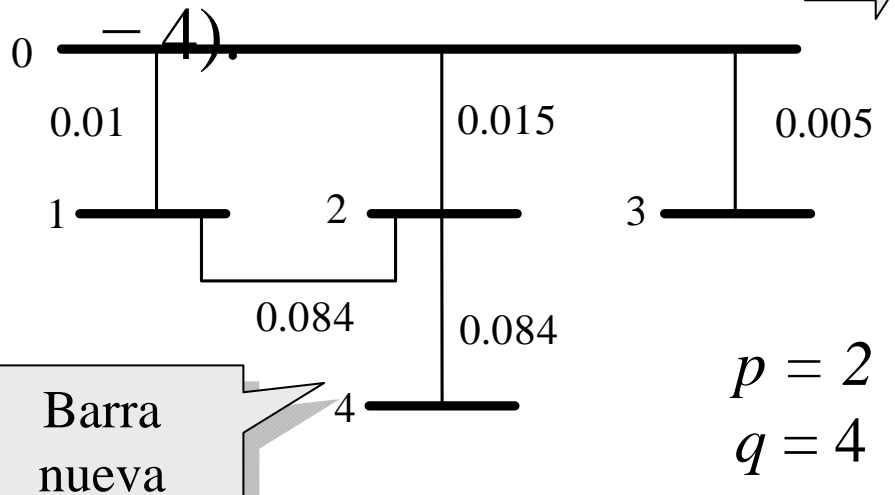
$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3



1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

- La línea 2-4, es identificado como una línea del tipo 2, es decir, una línea entre una barra existente ($p = 2$) y una barra nueva ($q = 4$).



Línea	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

- Una nueva fila y columna deben ser agregadas la matriz.
- El elemento de la diagonal es dado por:

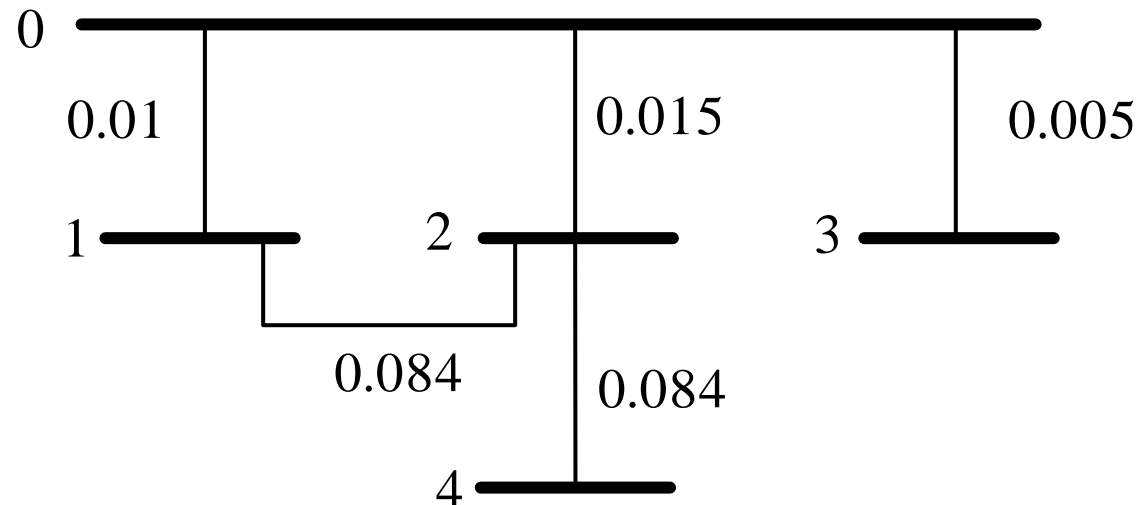
$$Z_{44} = Z_{22} + \hat{Z}_{24} = 0.011739999 + 0.084 = 0.095739999$$

- Los elementos fuera de la diagonal son obtenidos de manera muy sencilla.
- La columna correspondiente a la barra 4 es idéntica a la columna de la barra 2.

1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

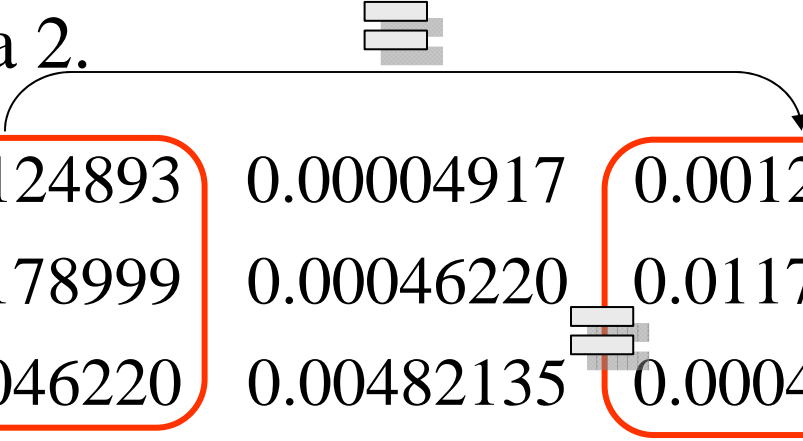
$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4



1.1.7. Adición de la Sexta Línea.

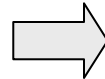
- La columna correspondiente a la barra 4 es idéntica a la columna de la barra 2.


$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 1 & 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 \\ 2 & 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 \\ 3 & 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 \\ 4 & 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4

1.1.8. Adición de la Línea Siete.

- La adición de la línea 3-5, es una línea de tipo 2, es decir entre una barra existente ($p = 3$) y una barra nueva ($q = 5$).

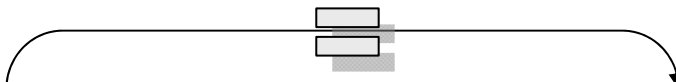


<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

- El elemento de la diagonal resulta:

$$Z_{55} = Z_{33} + \hat{Z}_{35} = 0.00482135 + 0.037 = 0.04182135$$

- La columna 5 es el duplicado de la columna 3, resultando:



$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 1 & 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 2 & 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 3 & 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 \\ 4 & 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 \\ 5 & 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5

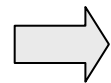
-
-
- Finalmente se tiene:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 \end{bmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5

1.1.9. Adición de la Línea Ocho.

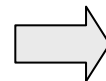
- La adición al sistema de la línea 1-6 la cual es desde la barra existente $p = 1$ a la nueva barra $q = 6$, y es llevado a cabo como se indico en la línea 3-5 (línea tipo 2).



<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.10. Adición de la Línea Nueve.

- La línea 6-7, es también del tipo 2, en la cual la línea esta entre una barra existente la $p = 6$ y una barra nueva la $q = 7$.
- El proceso ya ha sido ilustrado en detalles en pasos anteriores.



<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.10. Adición de la Línea Nueve.

- Luego de estos dos pasos, la matriz debe incluir las dos líneas ya descritas, siendo la matriz definitiva en estos pasos:

$$Z_{bus} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00906904 & 0.00906904 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.00906904 & 0.00906904 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00004917 & 0.00004917 \\ 0.00124893 & 0.01178999 & 0.00046220 & 0.09573999 & 0.00046220 & 0.00124893 & 0.00124893 \\ 0.00004917 & 0.00046220 & 0.00482135 & 0.00046220 & 0.04182135 & 0.00004917 & 0.00004917 \\ 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.13506904 & 0.13506904 \\ 0.00906904 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.00124893 & 0.00004917 & 0.13506904 & 0.30306904 \end{pmatrix}$$

Lista de barras = 1,2,3,4,5,6,7

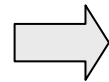
1.1.11. Adición de la Línea Diez.

- La línea 4-7 es una línea que cierra lazo, debido a que ambas barras ya están dentro del sistema.

$$p = 4$$

$$q = 7$$

- Elemento de unión entre dos barras existentes.



<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140

1.1.11. Adición de la Línea Diez.

- La columna lazo son obtenida tomando la diferencia entre la columnas 4 y 7.
- El elemento de la diagonal, queda dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{44} + Z_{77} - 2Z_{47} + \hat{Z}_{47}$$

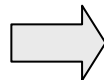
$$Z_{loop-loop} = 0.09573999 + 0.30306904 - 2 \times 0.00124893 + 0.084$$

- La fila y columna lazo se luego eliminada por el uso de la reducción de Kron, lo cual ya fue ilustrado, en pasos anteriores.

1.1.12. Adición de la Línea Onceava.

- La línea 5-8 es del tipo 2, es decir que una línea entre una barra existente ($p = 5$) y una barra nueva ($q = 8$), cuyo procedimiento ya ha sido ilustrado.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140




1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La última línea 7-8, es una línea que cierra lazo.

$$p = 7 \text{ y } q = 8.$$

- El método ha sido ilustrado.

<i>Línea</i>	X_L
0-1	0.010
0-2	0.015
1-2	0.084
0-3	0.005
2-3	0.122
2-4	0.084
3-5	0.037
1-6	0.126
6-7	0.168
4-7	0.084
5-8	0.037
7-8	0.140



1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La última línea 7-8, es una línea que cierra lazo.
- El método ha sido ilustrado.
- Puede ser visto fácilmente que sin importar la complejidad de la red, esta puede ser ensamblada por este simple medio, de agregar un elemento a la vez.

1.1.13. Adición de la Última Línea.

- La matriz completa del ejemplo dado para propósitos de referencia queda dada por:

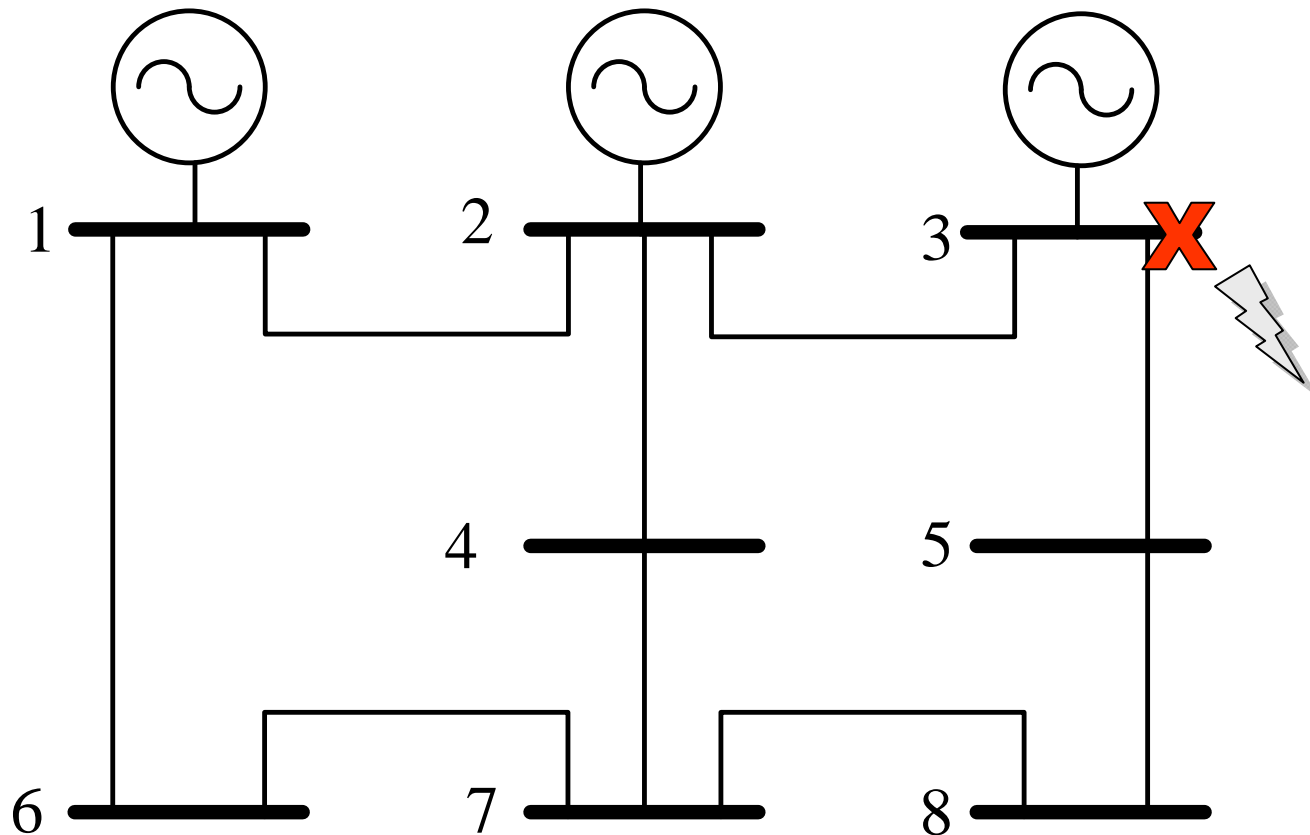
$$Z_{bus} = \begin{pmatrix} 1 & 0.00889104 & 0.00132842 & 0.00111167 & 0.00204268 & 0.00056903 & 0.0062615 & 0.00275695 & 0.00102639 \\ 2 & 0.00132842 & 0.01134623 & 0.00055371 & 0.00833387 & 0.00137805 & 0.00303974 & 0.00532152 & 0.00220239 \\ 3 & 0.00111167 & 0.00055371 & 0.00475959 & 0.00120070 & 0.00425613 & 0.00085568 & 0.00184769 & 0.00375267 \\ 4 & 0.00204268 & 0.00833387 & 0.00120070 & 0.06620613 & 0.00792254 & 0.01834370 & 0.04007839 & 0.01464439 \\ 5 & 0.00056903 & 0.00137805 & 0.00425613 & 0.00792254 & 0.03662437 & 0.00652532 & 0.01446703 & 0.03199261 \\ 6 & 0.0062615 & 0.00303974 & 0.00085568 & 0.01834370 & 0.00652532 & 0.08999879 & 0.03364765 & 0.01219496 \\ 7 & 0.00275695 & 0.00532152 & 0.00184769 & 0.04007839 & 0.01446703 & 0.03364765 & 0.07483526 & 0.02708638 \\ 8 & 0.00102639 & 0.00220239 & 0.0375267 & 0.01464439 & 0.03199261 & 0.01219496 & 0.02708638 & 0.06023255 \end{pmatrix}$$

1.1.14. Análisis de Falla

- Un completo análisis de falla del sistema es posible una vez que la matriz impedancia de barra \mathbf{Z}_{bus} del sistema esta completa.
- Usando los valores que están dentro de la matriz de la red.
- Para propósitos ilustrativos, considere el nodo $j = 3$, el cual esta en condiciones de falla.

1.1.14. Análisis de Falla

- Para propósitos ilustrativos, considere el nodo $j = 3$, el cual esta en condiciones de falla.



1.1.14. Análisis de Falla

- El elemento de la matriz, $Z_{33} = 0.00475959$, significa que, si un voltaje de ese valor es aplicado entre la barra 3 y referencia, una corriente total de 1.0 por unidad fluirá a través de la red.

$$Z_{33} = 0.00475959 \text{ p.u}$$

- El voltaje completo del generador causará una corriente que puede ser determinado considerando.

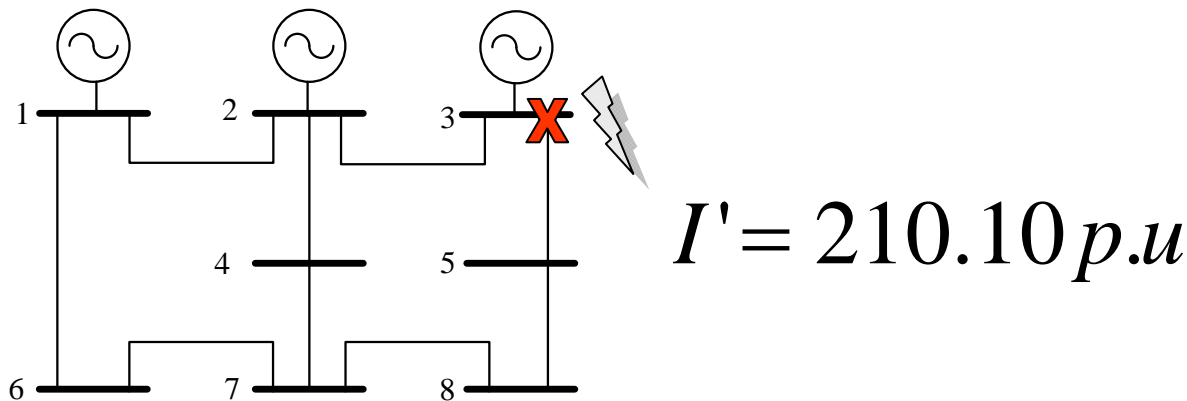
$$\frac{I'}{I} = \frac{E'}{E}$$

1.1.14. Análisis de Falla

- En donde $I = 1.0$ cuando $E = 0.00475959$.
- Se desea conocer el valor de I' cuando $E' = 1.0$ p.u.

$$I' = \frac{1.0}{0.00475959} = 210.10 \text{ p.u.}$$

$$I' = 210.10 \text{ p.u.}$$



1.1.14. Análisis de Falla

- En forma más general, para cualquier valor de voltaje de barra resulta:

$$I' = \frac{E'}{Z_{33}}$$

- La corriente de falla total puede ser obtenida ya sea en p.u, o MVA dividiendo los amperes base, pu, o la base de MVAR de los datos de línea por el correspondiente elemento de la diagonal.

1.1.14. Análisis de Falla

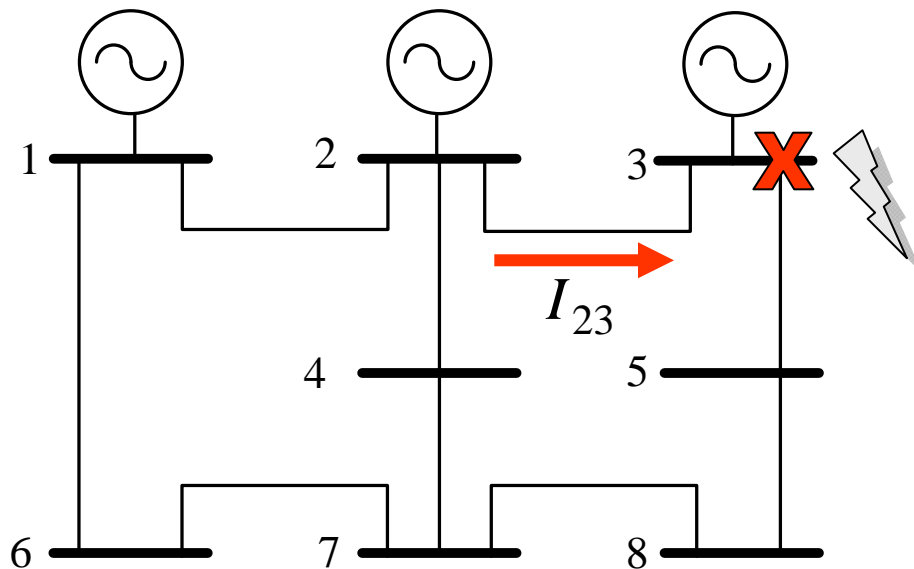
- La contribución a la falla por una línea es calculada muy simplemente.
- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$

1.1.14. Análisis de Falla

- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$



1.1.14. Análisis de Falla

- La contribución desde la barra 2 a la falla en la barra 3 viene dada por:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}}$$

- Sustituyendo los respectivos valores, se obtiene:

$$I_{23} = \frac{Z_{23} - Z_{32}}{\hat{Z}_{23}} \frac{E'}{Z_{33}} = \frac{0.00475959 - 0.00055371}{0.122 \times 0.00475959}$$

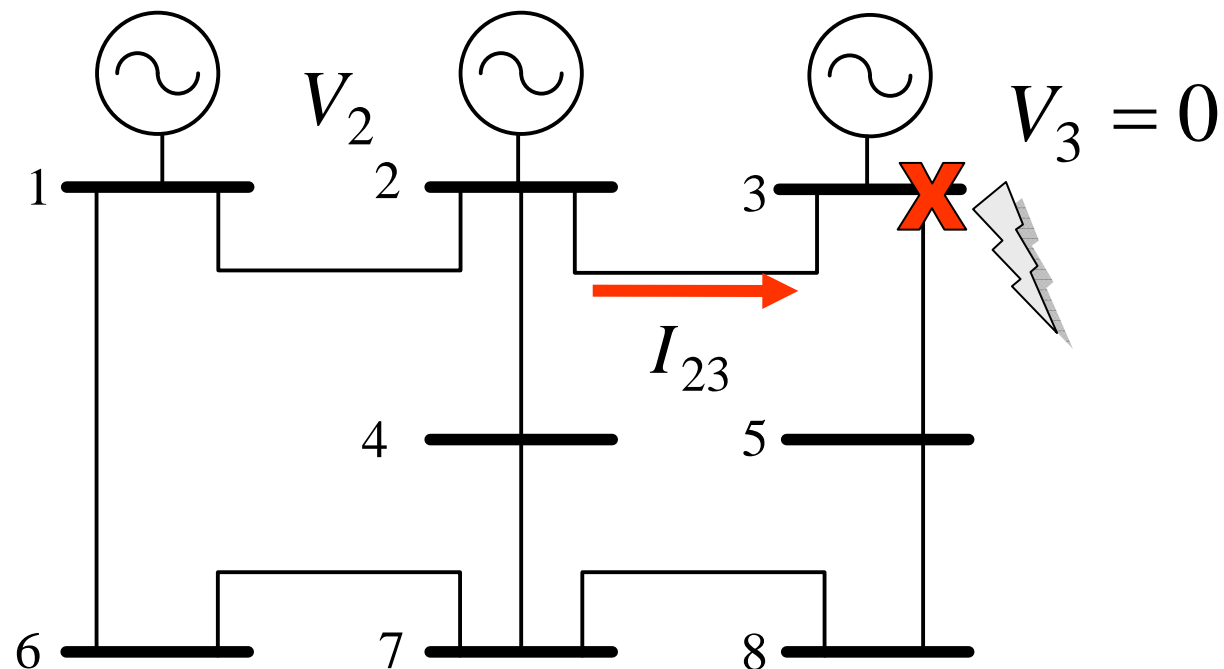
$$I_{23} = 7.2 \text{ p.u}$$

- *Nota:* La base aquí fue 1.0 y el flujo están en por unidad. La base en amperes o MVA también se pudo haber empleado.

1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

- El voltaje en la barra 2, cuando una corriente unitaria es eyectada en la barra 3, es

$$Z_{23} = 0.00055371.$$



1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

- El voltaje en la barra 2, cuando una corriente unitaria es eyectada en la barra 3, es

$$Z_{23} = 0.00055371.$$

- El voltaje en la barra 3 en ese momento es

$$V_3 = 0.00475959.$$

- La diferencia en el voltaje es: $V_3 - V_2$

$$Z_{33} - Z_{32} = 0.00475959 - 0.00055371 = 0.00420588.$$

1.1.15. Voltajes en Barra Durante la Condición de Falla

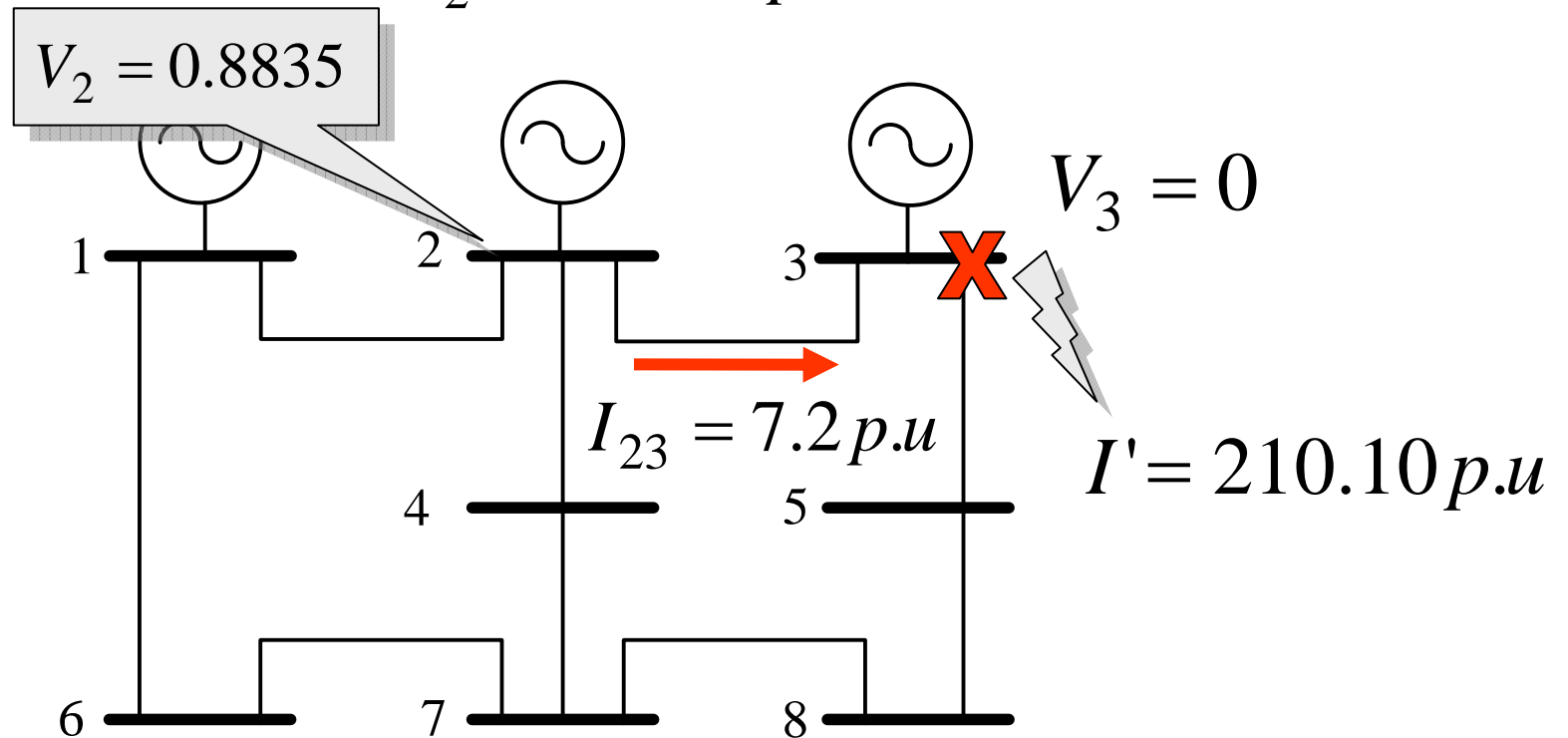
- La diferencia ocurre si una corriente es de $I = 1.0$ pero la corriente de falla fue determinada por $1/Z_{33}$.
- La diferencia de voltaje entre las barras 2 y 3 es entonces:

$$\frac{Z_{33} - Z_{32}}{Z_{33}} = \frac{0.00420588}{0.00475959} = 0.8835 \text{ p.u}$$

1.1.14. Análisis de Falla

- Pero el voltaje en la barra 3 durante la falla es cero.
- De tal modo que el voltaje en la barra 2 es

$$V_2 = 0.8835 \text{ p.u.}$$



Cambio de Topología de la Red

Sacar de Servicio una Linea

Abriendo una Línea Durante un Estudio

- Una línea de un sistema puede ser abierta o removida *agregando una línea en paralelo con la línea existente.*
- *La impedancia de la nueva línea a ser agregada es el negativo de la línea original.*
- En este caso se está agregando una línea entre dos barras ya existentes de modo, que las ecuaciones empleadas para cerrar un lazo y la reducción de kron deben ser empleadas.

Abriendo una Línea Durante un Estudio

- En el curso de un estudio de falla completo es frecuentemente deseable *abrir cada línea conectada a la barra fallada*, una a la vez para obtener la nueva falla total y la contribución de las líneas remanentes.

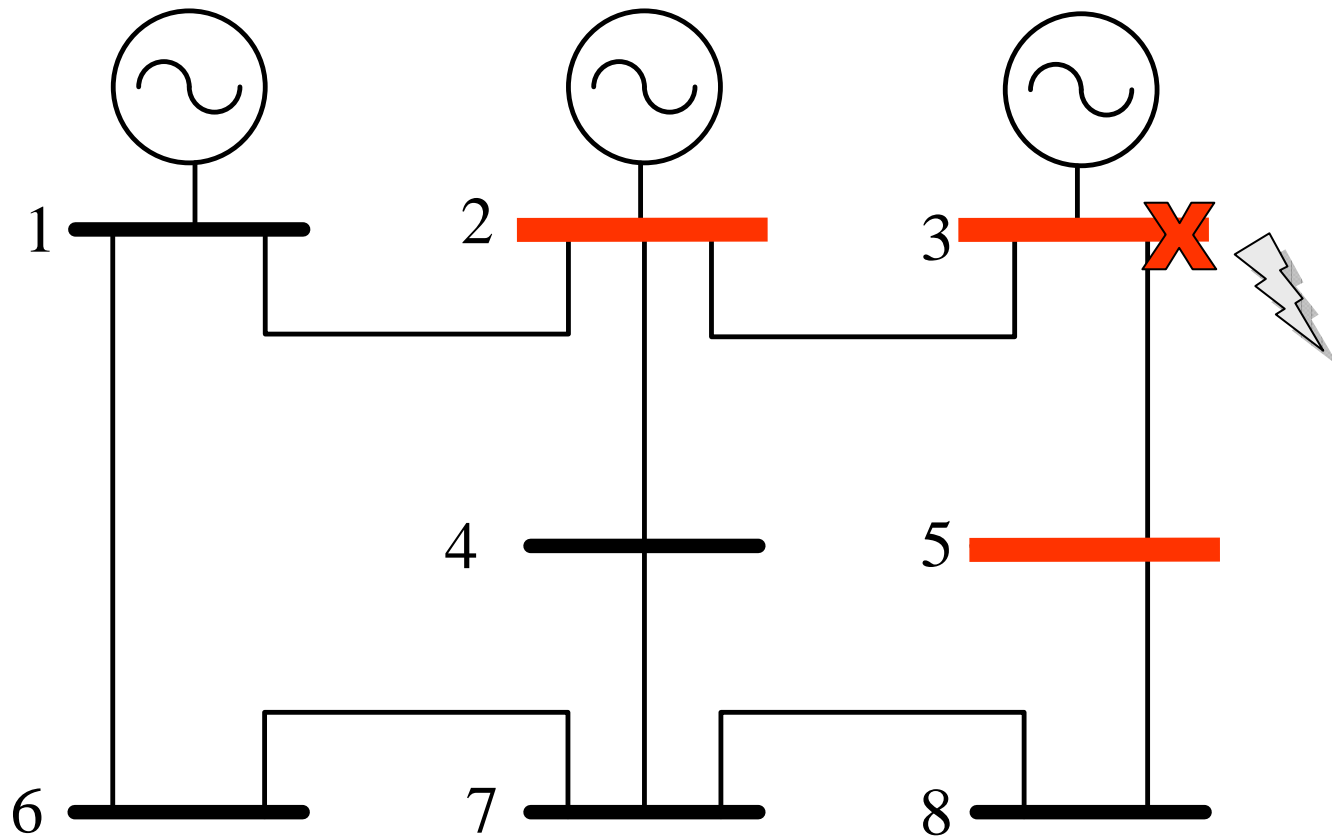
Abriendo una Línea Durante un Estudio

- Es deseable *modificar la matriz del sistema total debido a que el gran objetivo de calculo no debe ser hecho en elementos innecesarios que no son requeridos en el análisis.*
- Es indeseable (debido al redondeo), *remover una línea, y regresarla, luego remover otra, y volver a agregarla, y así sucesivamente.*
- *Errores pueden acumularse* en los elementos de la matriz impedancia de barra debido a las repetitivas modificaciones de la matriz.

-
-
- El mejor método es *extraer una pequeña matriz, de la matriz total*, que incluye el punto de interés y las impedancias de transferencia a la barra a ser fallada, y sus barras inmediatamente vecinas.

Ejemplo

- Por ejemplo, si la barra 3 se considera fallada, se extrae la pequeña matriz



Ejemplo

- Para abrir la línea 3-5, se agrega una línea (cerrando lazo) cuya impedancia es el negativo de la impedancia de línea original -0.037.
- El elemento de la diagonal de la fila y comuna lazo queda dado por:

$$Z_{loop-loop} = Z_{33} + Z_{55} - 2Z_{35} + \hat{Z}_{35}$$

$$Z_{loop-loop} = 0.00475959 + 0.03662437 - 2 \times 0.00425613 - 0.037$$

$$Z_{loop-loop} = -0.00412830 p.u$$

Ejemplo

- La columna lazo es obtenida restando la columna 5 de la columna 3.

$$\begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ loop \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.00475959 & 0.00055371 & 0.00425613 & 0.00050346 \\ 0.00055371 & 0.01134623 & 0.00137805 & -0.00082434 \\ 0.00425613 & 0.00137805 & 0.03662437 & -0.03236834 \\ 0.00050346 & -0.03236834 & -0.03236834 & -0.00412830 \end{bmatrix}$$

- En el interés de la eficiencia, la reducción de kron es usada para modificar solamente la columna 3, debido a una falla en 3 puede ser completamente analizada con solamente esos valores.

Ejemplo

- El vector fila modificado que refleja la línea abierta 3-5 es:

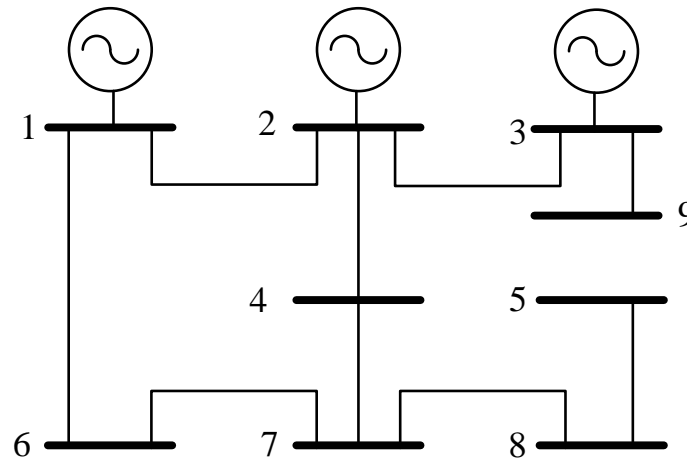
$$3[0.00482099 \quad 0.0045317 \quad 0.00030870]$$

- La nueva corriente de falla es:

$$\frac{base}{Z_{33}} = \frac{1}{0.00482099} = 207.43 p.u$$

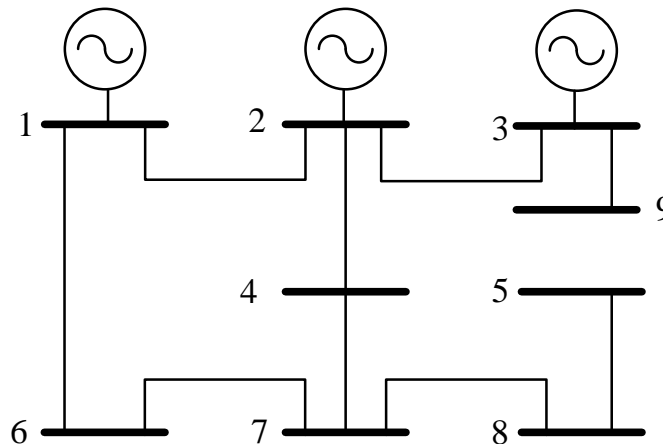
Ejemplo

- La contribución desde la barra 2, se determina que es 7.4 p.u.
- El flujo desde la barra 5 a la 3 sobre la línea de $X = 0.037$ p.u., es la misma magnitud que la que fluye por la línea de $X = -0.037$, pero con signo opuesto.
- La contribución neta desde 5 a 3 es de tal modo cero.



Ejemplo

- Teniendo el vector fila, el cual da el valor de la corriente en la barra 3 con la línea 3 a 5 fuera de servicio, permite una excelente oportunidad de determinar la magnitud de la corriente de falla que fluiría si la falla fuese removida desde la barra 3 y colocada en el extremo de la línea del interruptor abierto en la barra 5, en la línea 3-5.



Ejemplo

- El vector columna provee la impedancia del punto de interés y las impedancias de transferencia de la barra 3 con la línea en abierto.
- La impedancia del punto de inyección de la barra 9 es obtenido. Debido a que la línea 3-9 es una línea radial desde la barra 3, resulta:

$$Z_{qq} = Z_{33} + \hat{Z}_{35} = 0.04182099$$

- La corriente de falla en el punto 9 es = $\text{base}/0.04182099 = -23.91$ p.u.