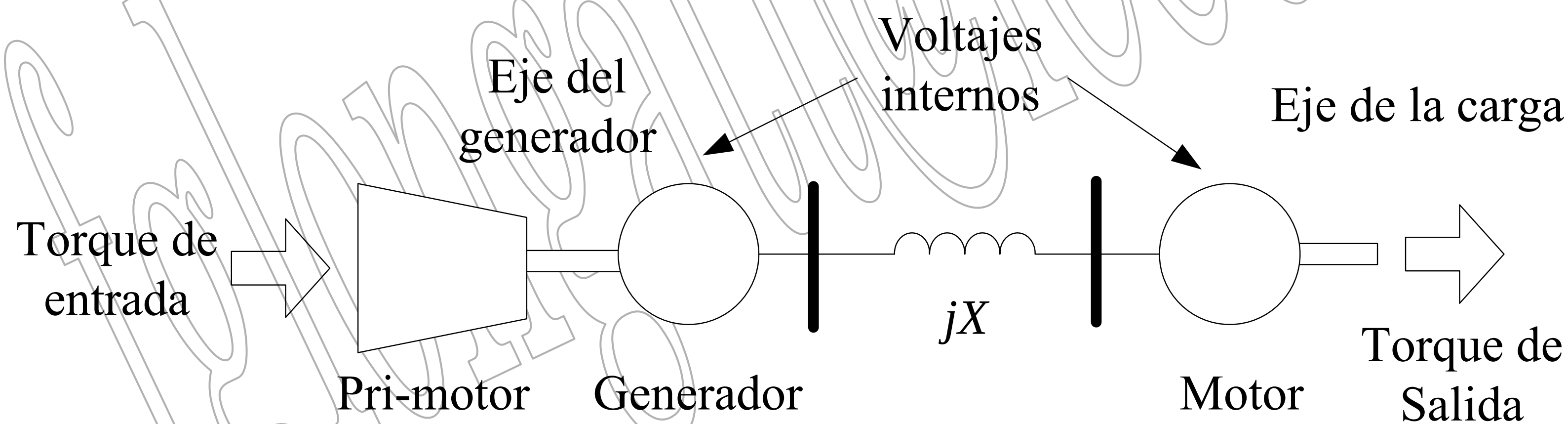
Capítulo 2
Sistemas Multi-Maquinas
-Planteamiento-

Prof. Francisco M. González-Longatt
fglongatt@ieee.org
http://www.giaelec.org/fglongatt/SP2.htm

Sistemas Multi-Maquinas

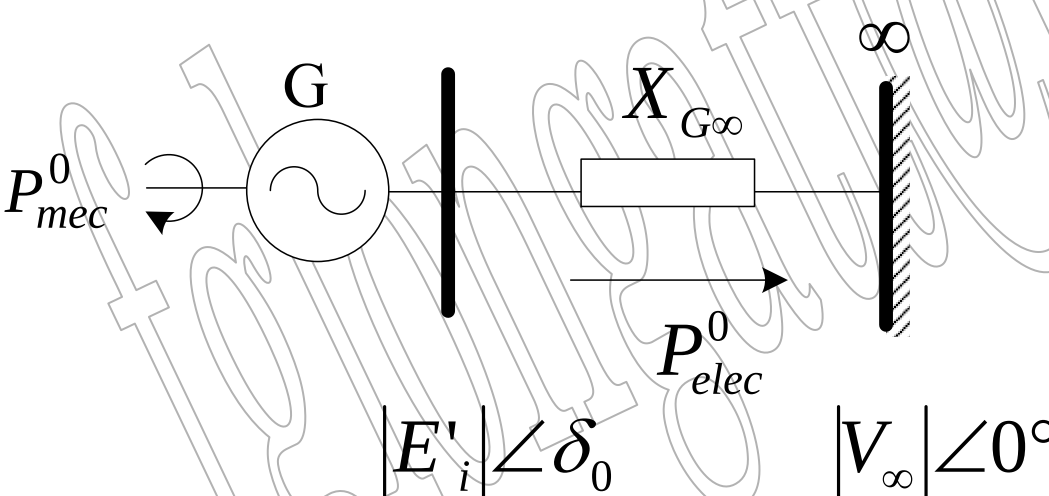
- El comportamiento de una máquina sincrónica conectada a una barra de potencia infinita ante una perturbación, es sin duda *un mecanismo académico* para observar el comportamiento del ángulo de potencia en el tiempo.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- En este caso el ángulo de potencia δ, es la diferencia entre el ángulo interno de la máquina y un ángulo de referencia rotórico; el cual se suponía que era referente a la barra de potencia infinita.



$$\frac{H}{180\,f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec} - P_{elec}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

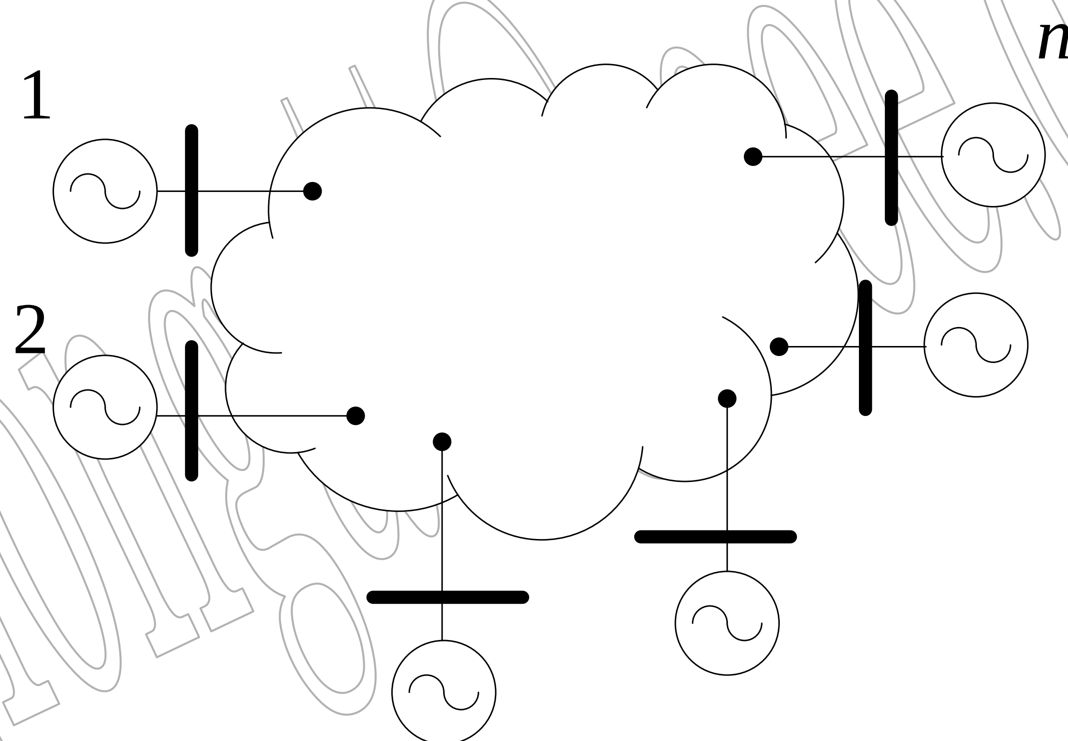
- Para un sistema de tan *solo dos máquinas*, se requerirían *dos ecuaciones de oscilación*; una para cada máquina.
- En este caso, el ángulo de potencia entre las dos máquinas depende de los ángulos internos de cada máquina y el ángulo del marco de referencia rotatorio.

$$\begin{cases} \dfrac{H_{1b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{mec1} - P_{elec1} \\[2ex] \dfrac{H_{2b}}{180f}\dfrac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{mec2} - P_{elec2} \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

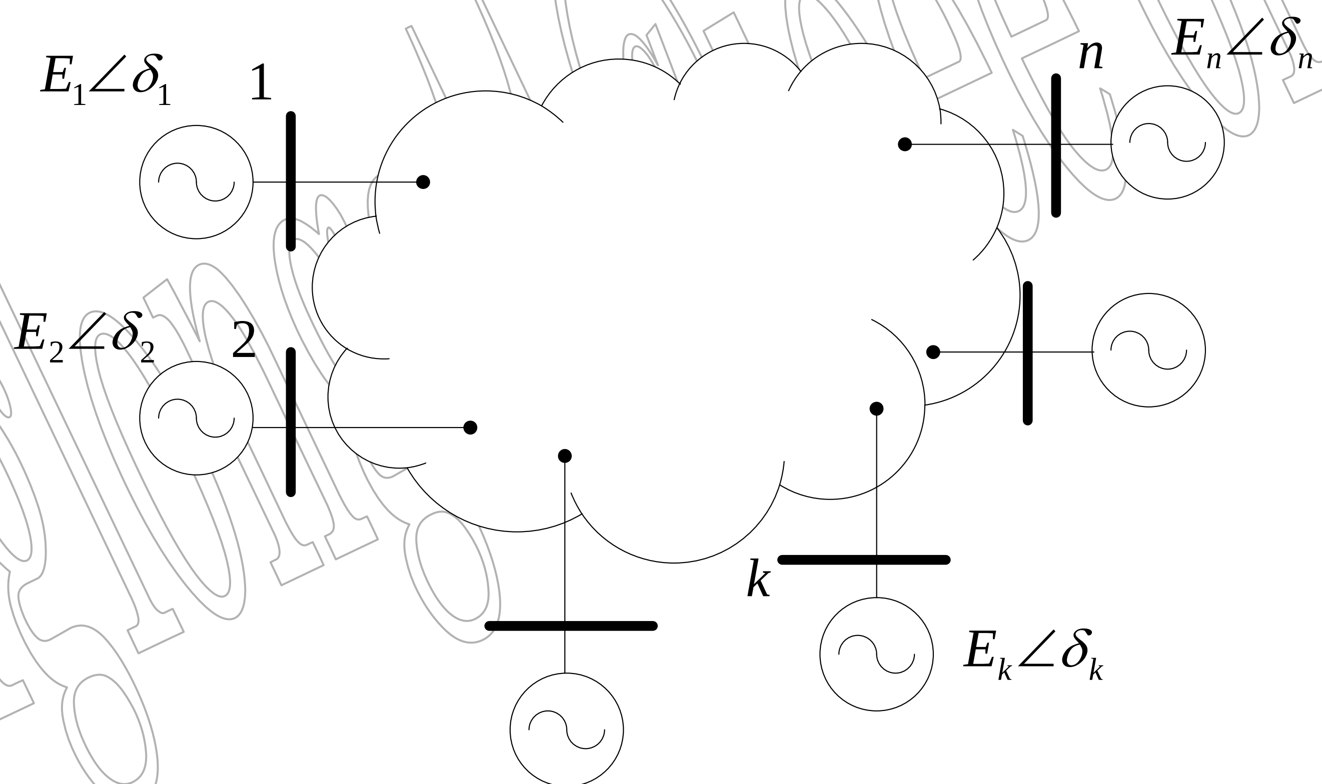
- En el caso un sistema multi-máquinas, como es el caso real, la situación es mucho más compleja.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Se debe analizar al comportamiento del ángulo de potencia de las máquinas involucradas respecto a un marco de referencia angular pre-establecido.



Sistemas Multi-Maquinas

- *Como referencia, se suele emplear un generador.*
  - Preferiblemente empleado el que esté *más lejos del punto de inserción de la perturbación* (menos afectado por la perturbación),
  - Posea la *mayor constante de inercia* (los cambios de velocidad sean los menores)
  - La *menor carga* (menor ángulo de potencia inicial).

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- En los análisis de *estabilidad multi-máquina*, lo importante es *observar el desempeño del ángulo de potencia de cada máquina respecto a la referencia*; de modo, que *si un generador es inestable; se considera que todo el sistema es inestable*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- El análisis de estabilidad múlti-máquina es complejo.
  - El sistema de potencia bajo estudio debe ser llevado a un *equivalente en donde el número de barras sea reducido al número de generadores*;
  - *Seleccionar la referencia*.
  - Finalmente conseguir la *ecuaciones de oscilación de cada máquina* respecto a la referencia en cada uno de los estados de la perturbación.

Sistemas Multi-Maquinas

- Un mecanismo alternativo, es analizar el comportamiento del ángulo de potencia de cada máquina en forma individual, sin seleccionar una referencia, y trazar las curvas de ángulo de potencia contra tiempo de cada máquina.
- Siendo cierto que si en este gráfico, *el ángulo de cualquier máquina crece en forma no acotada, la máquina resulta inestable y en consecuencia el sistema es inestable.*

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Para comprender analíticamente el problema clásico de estabilidad multi-máquina; se procede a establecer una serie de suposiciones válidas:
  1. La *potencia mecánica a la entrada* de cada una de las máquinas permanece *constante en el tiempo* (de 0 a 1 segundo típicamente), esto es asumir que la respuesta de los gobernadores de velocidad de los primotores es lenta, lo cual es cierto mayormente.
  2. Se *desprecia el amortiguamiento de la máquina*, es decir, se supone que la máquina no posee arrollados amortiguadores ni perdidas internas (por fricción etc.)

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Para comprender analíticamente el problema clásico de estabilidad multi-máquina; se procede a establecer una serie de suposiciones válidas:

3. El *modelo de la máquina sincrónica es una fuente ideal de tensión constantes detrás de la reactancia transitoria*.
4. El ángulo, δ, del fasor tensión interna de la máquina (E_g), representa físicamente la posición relativa de los rotores de las máquinas.
5. *Las cargas estáticas, se presentan por simples impedancias*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

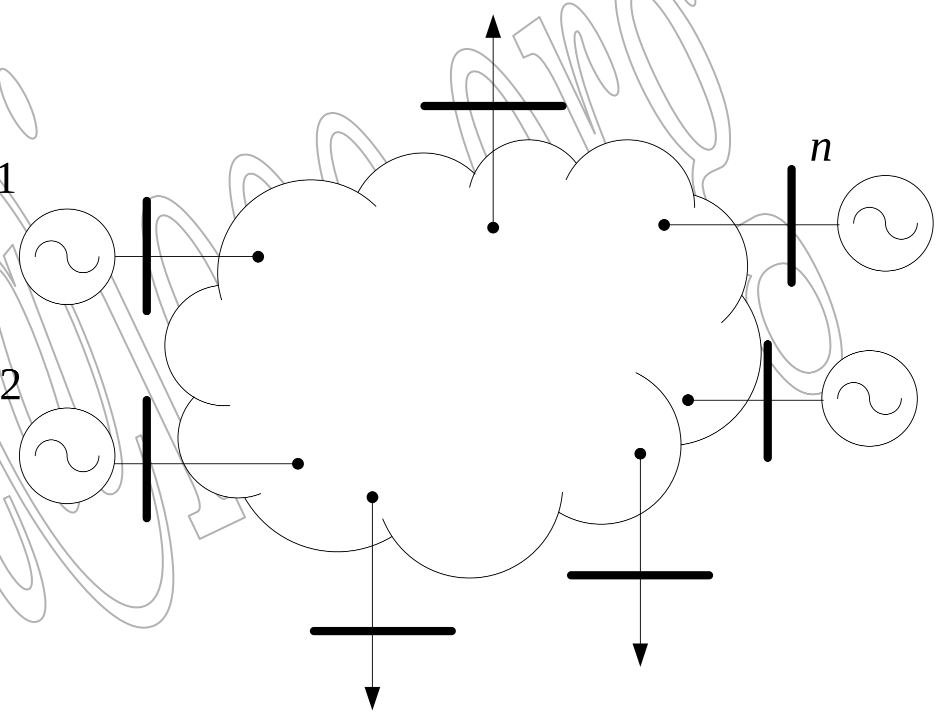
Sistemas Multi-Maquinas

- Ahora bien, hasta ahora se ha mencionado que el problema múltimáquina es especialmente complejo, debido a que el sistema de potencia debe ser reducido a un equivalente donde el número de barras del sistema sea reducido al número de generadores del sistema.
- En esta tarea, el *empleo de las técnicas matriciales* para sistemas de potencia resulta atractivo.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

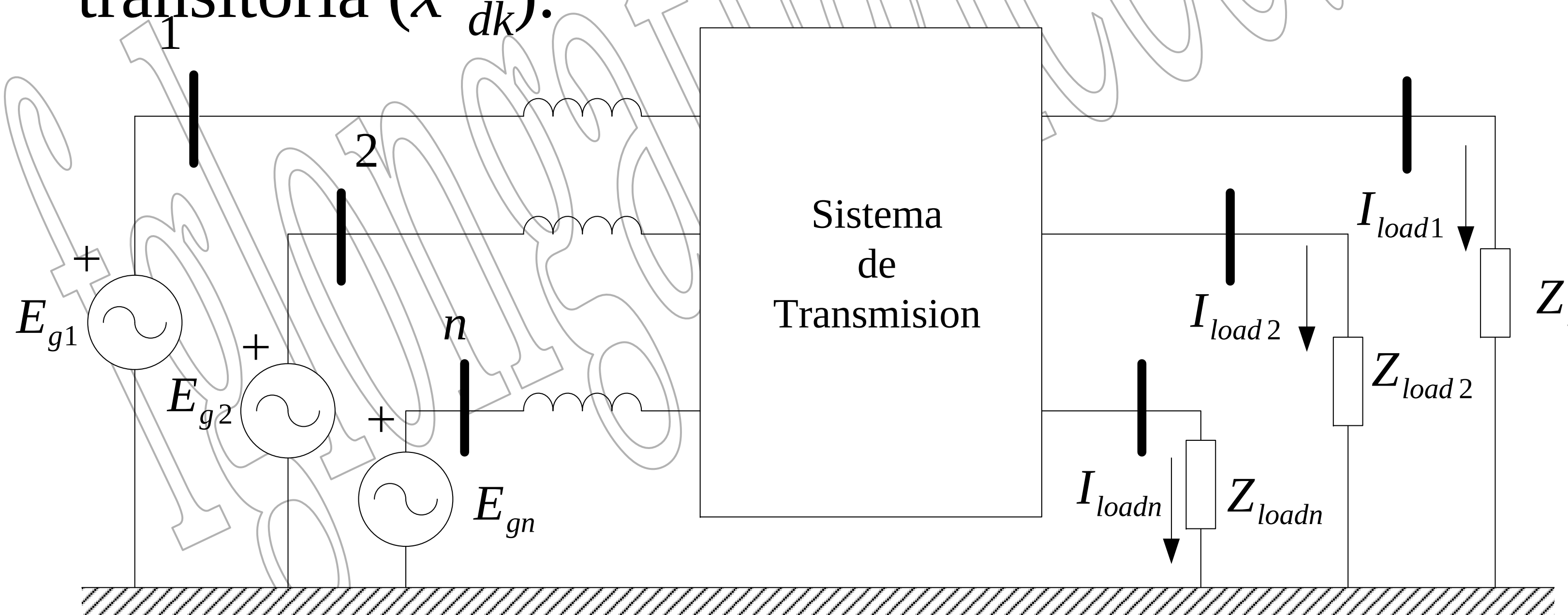
- Suponga que se tiene un cierto sistema de potencia que posee “*n*” *máquinas sincrónicas operando como generadores*; y los que alimentan por medio de un sistema de transmisión a “*m*” *cargas pasivas* que se asumen estáticas y constantes.



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

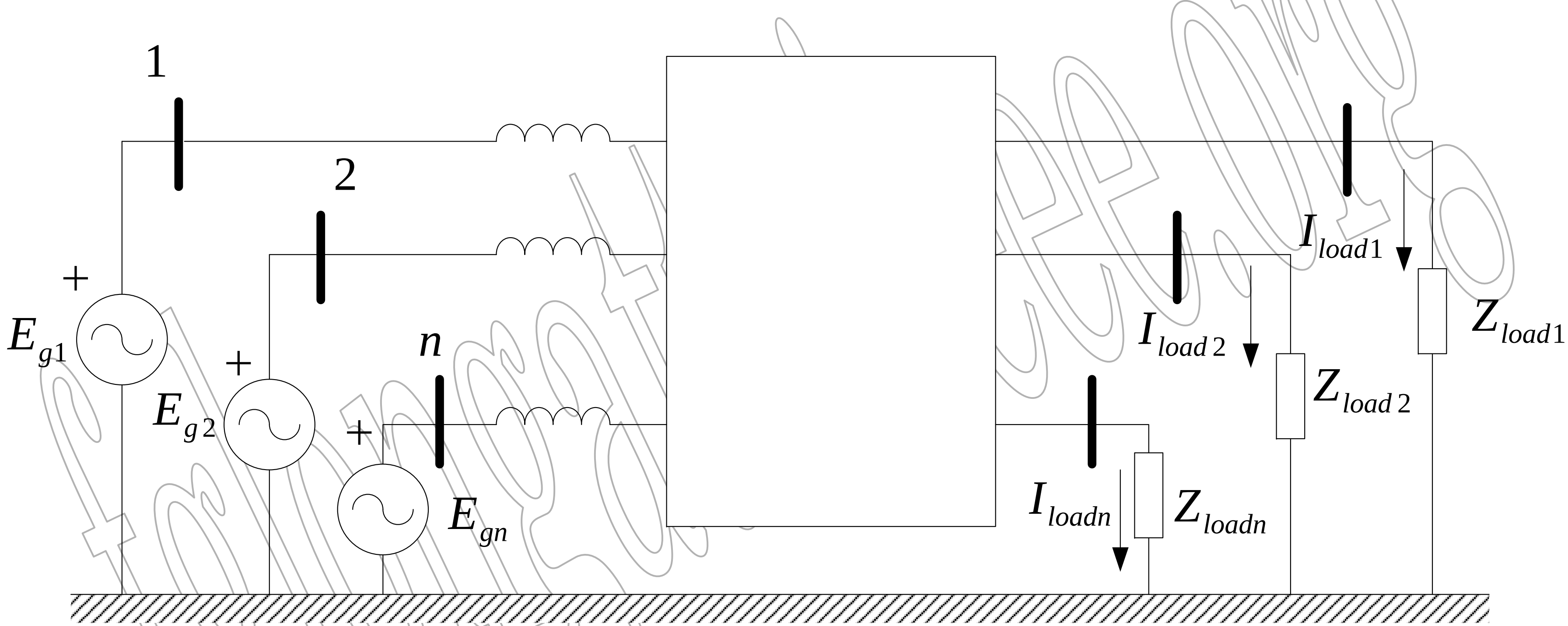
Sistemas Multi-Maquinas

- Se toma como referencia la barra 0, el neutro del sistema.
- Las barras 1, 2, 3, ..,n; corresponden a las barras internas de la máquina detrás de la reactancia transitoria (x'_{dk}).



Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas



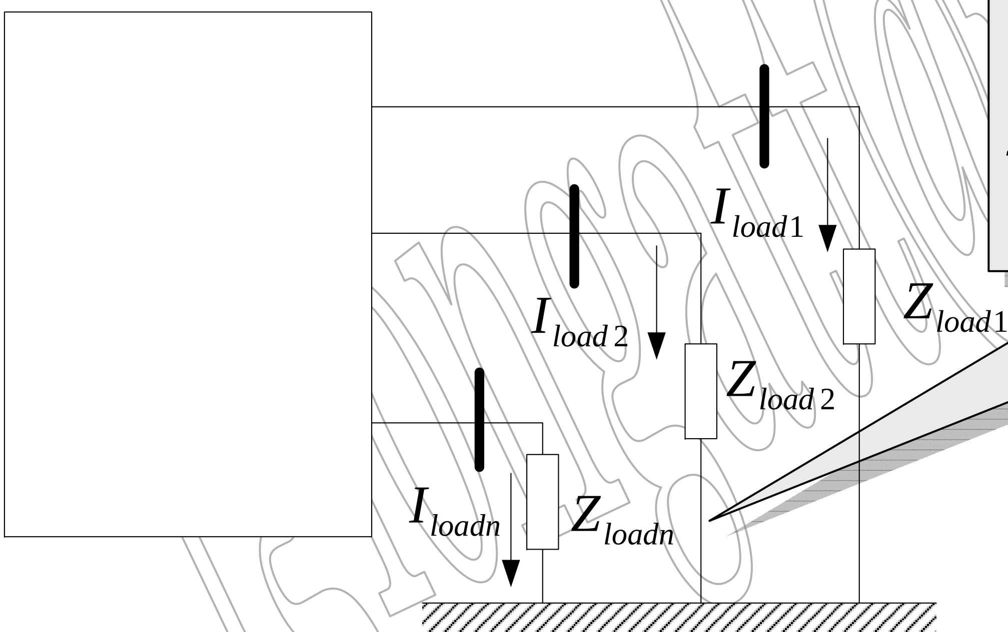
Sistemas Multi-Maquinas

- Antes de emprender cualquier estudio de estabilidad; se deben *conocer las condiciones operativas iniciales del sistema*.
- Se realiza un estudio de *flujo de cargas* (*load flow study*); con lo que se determina los valores de potencias (P_k y Q_k) y el voltaje (magnitud y ángulo) en cada barra del sistema.
- El flujo de carga determina las condiciones de operación en régimen permanente y estable *antes que se produzca una perturbación en el sistema*.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Las cargas estáticas son simuladas por impedancias pasivas, las cuales se conectan entre sí y con referencia en las barras de cargas.

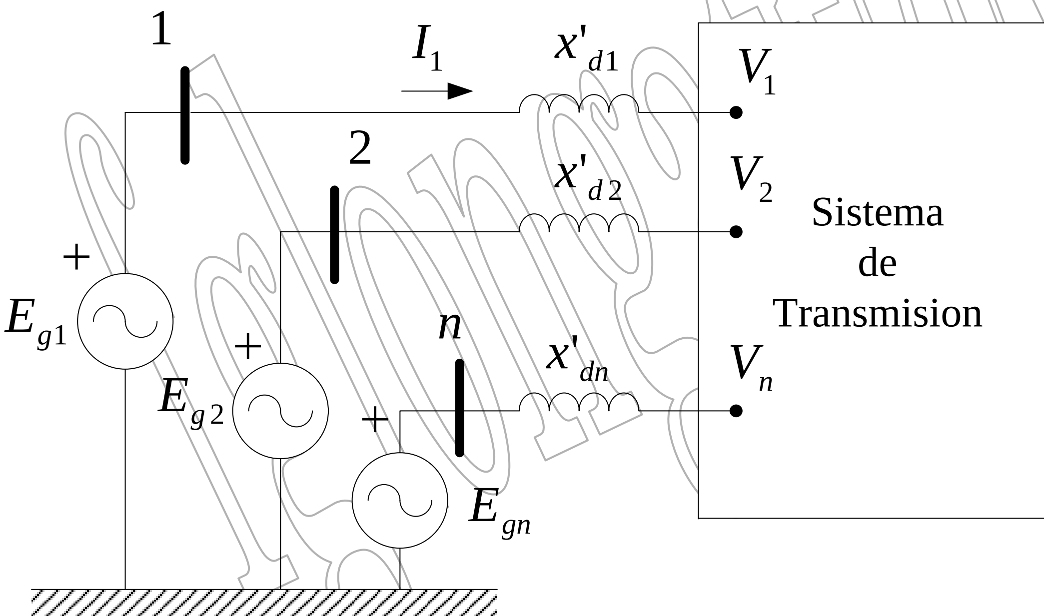


$$Z_{load,k} = \frac{\left|V_{load,k}\right|^2}{P_{load,k} - jQ_{load,k}}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- El análisis de flujo de carga permite determinar en magnitud y ángulo, el valor de las tensiones internas de las máquinas antes que se produzca la perturbación: E_{g1}, E_{g2}, ..., E_{gn}.



$$I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*}$$

$$E_{g,k} = V_k - jx'_{d,k}\, I_k$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- En el *problema clásico de estabilidad*, se asume que las tensiones internas inducidas de las máquinas permanecen constantes durante todo el transitorio de la máquina.
- Bueno bajo estos supuestos es muy sencillo construir la matriz admitancia de barra del sistema en estudio.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & & Y_{2N} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & \\ Y_{N1} & Y_{N2} & Y_{N3} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{g1} \\ E_{g2} \\ \vdots \\ \\ E_{gn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{Y_{bus}} \mathbf{V_{bus}} = \mathbf{I_{bus}}}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Si de considera la corriente que entra a la barra de generación *i*, se tiene:

$$I_i = Y_{i1}E_{g1} + Y_{i2}E_{g2} + Y_{i3}E_{g3} + \ldots + Y_{in}E_{gn}$$

$$I_i = \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}E_{g,k}$$

- Se conoce que la potencia aparente que inyecta el generador *i*, viene dado por:

$$S_i = P_i + jQ_i = E_{g,i}I_i^*$$

Sistemas Multi-Maquinas

$$S_i = P_i + jQ_i = E_{g,i} I_i^*$$

- Sustituyendo resulta:

$$S_i = E_{g,i}\left(\sum_{k=1}^{n} Y_{ik} E_{g,k}\right)^* = E_i \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* E_{g,k}^*$$

- de tal modo que la potencia activa entregada por la máquina *i* viene dada por:

$$P_i = \mathrm{Re}\{P_i\}$$

$$P_i = \mathrm{Re}\left\{E_{g,i} \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^* E_{g,k}^*\right\}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Si se considera que la admitancia y la tensión interna de cada máquina se escribe en forma polar.

$$Y_{ik} = \left|Y_{ik}\right| \angle \theta_{ik}$$

$$E_k = \left|E_k\right| \angle \delta_k$$

- Resulta:

$$P_i = \mathrm{Re}\left\{ E_{g,i} \sum_{k=1}^{n} Y_{ik}^{*} E_{g,k}^{*} \right\}$$

$$P_i = \mathrm{Re}\left\{ \left|E_{g,i}\right| \angle \delta_i \sum_{k=1}^{n} \left|Y_{ik}\right| \angle \theta_{ik} \left|E_{g,k}\right| \angle \delta_k \right\}$$

$$P_i = \mathrm{Re}\left\{ \sum_{k=1}^{n} \left|E_{g,i}\right| \left|Y_{ik}\right| \left|E_k\right| \angle \left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right) \right\}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- La potencia que entrega la máquina *i* queda dado por:

$$P_i = \sum_{k=1}^{n} \left|Y_{ik}\right|\left|E_{g,k}\right|\left|E_{g,i}\right| \cos\left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right)$$

- La ecuación de oscilación de la máquina "i" resulta ser:

$$\begin{cases} \dfrac{H_i}{\pi f}\dfrac{d\omega_i}{dt} = P_{mec,i} - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left|Y_{ik}\right|\left|E_{g,k}\right|\left|E_{g,i}\right| \cos\left(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}\right) \\ \dfrac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - 2\pi f \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- De tal modo el sistema de EDO lineales de primer orden puede ser fácilmente resuelto aplicando los método numéricos.

$$\begin{cases} \dfrac{H_i}{\pi f}\dfrac{d\omega_i}{dt} = P_{mec,i} - \sum_{k=1}^{n} |Y_{ik}||E_{g,k}||E_{g,i}|\cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ \dfrac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - 2\pi f \end{cases}$$

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org

Sistemas Multi-Maquinas

- Se obtendrán en forma numérica: $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$, $\delta_3(t)$, ..., $\delta_n(t)$.
- La grafica de los ángulos de potencia $\delta_j(t)$, respecto al tiempo, es lo que permitirá concluir respecto a la estabilidad del sistema.

Francisco M. González-Longatt, fglongatt@ieee.org