Solución Numérica de la Ecuación de Oscilación: Implementación, Ejemplo

Francisco M. Gonzalez-Longatt

***Resumen*—Este documento presenta un ejemplo de la solución de la ecuación de oscilación, en un sistema de potencia típico con una máquina entregando potencia a una barra de potencia infinita y sometida a una perturbación por cortocircuito trifásico a mitad de uno de los circuitos y con despeje exitoso. Implementaciones para la solución de este ejemplo practico son mostradas en una programa en MATLAB™ y mediante un modelo en SIMULINK™, en ambos casos las curvas de oscilaciones son obtenidas de las simulaciones para distintos tiempos de despeje de falla, para evidenciar el valor del tiempo critico de despeje de la falla.**

***Índice de Términos*— Ecuación de oscilación, métodos numéricos, método de Euler.**

I. Generalidades

Considere el sistema de potencia mostrado en la Fig. 1. Se trata de un generador sincrónico de rotor liso, de 60 Hz, H = 5MJ/MVA y reactancia transitoria de eje directo X'_d = 0.3 por unidad, el cual esta conectado a una barra de potencia infinita a través de dos líneas de transmisión puramente reactivas inductiva en paralelo (ver Fig. 1). La reactancias mostradas en la Fig. 1. están dadas en la misma base. El generador entrega una potencia real de P_e = 0.8 por unidad y Q = 0.074 por unidad a la barra de potencia infinita a un voltaje de $V_\infty = 1.0$ por unidad.

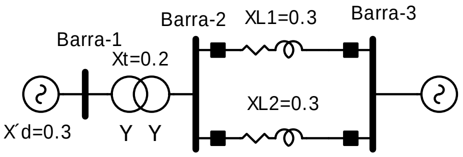

Fig. 1. Diagrama unificar del sistema en estudio

La corriente que fluye a la barra de potencia infinita es:

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{0.8 - 0.074j}{1.0\angle 0^o} = 0.8 - 0.074 jp.u$$

La reactancia de transferencia entre el voltaje interno del generador y la barra de potencia infinita, antes de cualquier perturbación queda dado por:

$$X_{g\infty} = 0.3 + 0.2 + \frac{0.3}{2} = 0.65 p.u$$

El voltaje interno del generador, detrás de la reactancia transitoria resulta:

$$E_g = V_\infty + jX_{g\infty} I = 1.0 + (0.65j)(0.8 - 0.075j)$$

$$E_g = 1.17\angle 26^o.387 p.u$$

La ecuación de potencia eléctrica antes de cualquier perturbación, resulta:

$$P_e^{antes} = P_{\max 1} sen\delta$$

Donde:

$$P_e^{antes} = 1.8 sen\delta$$

Se conoce que antes de cualquier perturbación, la máquina opera en estado estacionario, de modo que el ángulo del punto de operación queda dado por:

$$1.8 sen\delta_0 = 0.8$$

$$\delta_0 = 26^o.388 = 0.46055 rad.$$

En el una falla por cortocircuito trifásico ocurre en la mitad de una de las líneas de transmisión, y esta la falla es retirada por la acción de los dispositivos de protección, secando de operación al circuito falla, abriendo los interruptores simultáneamente en ambos extremos.

En este caso la ecuación de potencia eléctrica en durante esta perturbación resulta ser:

$$P_e^{durante} = 0.65 sen\delta$$

Cuando las protecciones operan, la línea fallada sale de operación, siendo la ecuación de potencia transferida:

$$P_e^{despues} = 1.4625 sen\delta$$

II. Implementación en MATLAB™

Usando el método de Euler, se procede a dar solución a la ecuación de oscilación. Las ecuaciones aproximantes resultan ser:

$$\begin{cases} \delta_{i+1} = \delta_i + \Delta t \Delta\omega \\ \omega_{i+1} = \omega_i + \Delta t \dfrac{\pi f}{H}\left[P_m - P_e\right] \end{cases}$$

Siendo, $\Delta\omega$, la variación absoluta de la velocidad medida con respecto a la velocidad sincrónica de la máquina. Estas ecuaciones aproximantes son resultas para un paso de tiempo Δt, desde t = 0 segundos hasta el tiempo de despeje de la falla t_c. Luego la ecuación de potencia eléctrica cambia debido a que la línea fallada sale fuera de operación y se procede a seguir aproximando la solución hasta alcanzar t_f, el tiempo

Manuscrito terminado el 24 de Febrero de 2005 y reeditado en Marzo de 2006.

F. G. L. Está con la Universidad Experimental Politécnica de la Fuerza Armada, Carretera Nacional Maracay-Mariara, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Maracay, Estado Aragua, Venezuela, Tlf. +58-243-5546951, Fax: +58-243-5546921, E-mail: fglongatt@ieee.org.

Es candidato a Doctor en Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela, Los Chaguaramos, Caracas, Venezuela, Tlf. +58-414-4572832, E-mail: flongatt@elecrisc.ing.ucv.ve.

final de simulación. A continuación se muestra la implementación en el programa MATLAB™.

```
clear; clc
disp(' Resuelve la ecuación de oscilación')
disp(' Empleando el Método Euler')
t0=0; t(1)=t0; tn=1; n=500;
delta_t=(tn-t0)/n
delta0=0.46055; % Condición Inicial de ángulo
tc=0.3;          % Tiempo critico de despeje
vel0=0;         % Velocidad Inicial de la máquina
H=5;             % Constante de Inercia en segundos
Pm=0.8;      % Potencia mecánica de entrada
f=60;            % Frecuencia
Pmax1=1.4625;    % Potencia máxima con la falla despejada
Pmax2=0.65;        % Potencia máxima durante la falla
t(1)=t0; velocidad(1)=vel0;
delta(1)=delta0;
for i = 1:1:n
    t(i+1)=t(i)+delta_t;
    delta(i+1)=delta(i)+delta_t*velocidad(i);
    if t(i)<tc  % Lógica para el despeje de la falla
       Pmax=Pmax2;
    else
       Pmax=Pmax1
    end
    velocidad(i+1)=velocidad(i)+(pi*f/H*(Pm-
Pmax*sin(delta(i))))*delta_t;
end
```

Fig. 2. Programa para resolver la ecuación de oscilación empleando el método de Euler.

La simulación para un tiempo de falla de t_c = 0.3, 0.4, 0.41, 0.42 y 0.43 segundos se muestra en la Fig. 3.

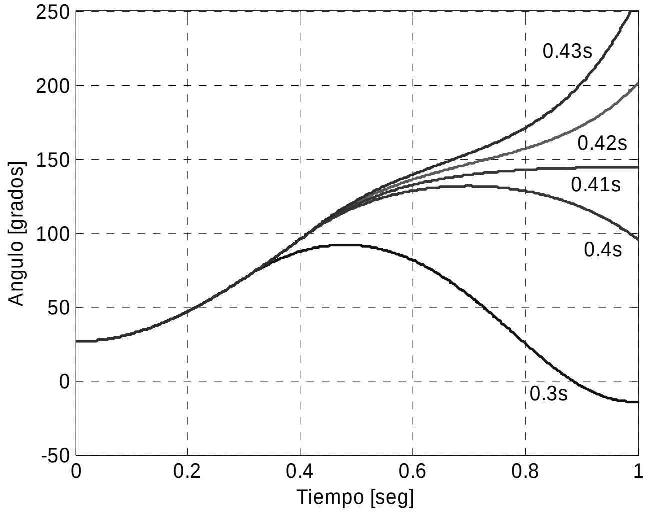

Fig. 3. Curva de oscilación del sistema de una sola máquina construida con el programa en MATLAB™. Falla despejada en 0.3, 0.4, 0.41, 0.42, 0.43 segundos

III. Implementación en SIMULINK™

Usando la representación de estado de la ecuación de oscilación:

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = \Delta\omega \\ \dfrac{d\Delta\omega}{dt} = \dfrac{\pi f_0}{H}\left(P_m - P_e\right) \end{cases}$$

Se puede construir un modelo de bloques en SIMULINK (ver Fig. 4). En este caso el bloque suiche es empleado pata gobernar las simulaciones de los diferentes tiempos de despeje de falla.

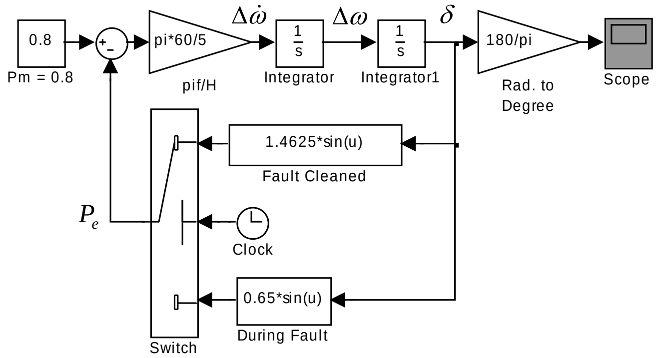

Fig. 4. Modelo de simulación en SIMULINK™

IV. Simulación y Resultados

El modelo desarrollado en SIMULINK™ fue empleado para simular un tiempo de despeje de falla de tc = 0.3 segundos, la curva de oscilación resultante es mostrada en la Fig. 3.

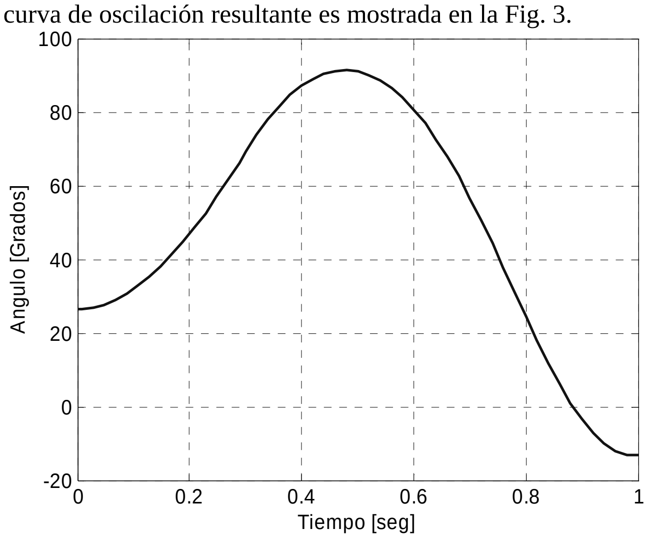

Fig. 3. Curva de oscilación del sistema de una sola máquina obtenida de la simulación con el modelo en SIMULINK™. Falla espejada en 0.3 segundos

Las curvas de oscilación para tiempos de despeje de la falla en 0.3, 0.4 y 0.5 segundos, son mostradas en la Fig. 4.

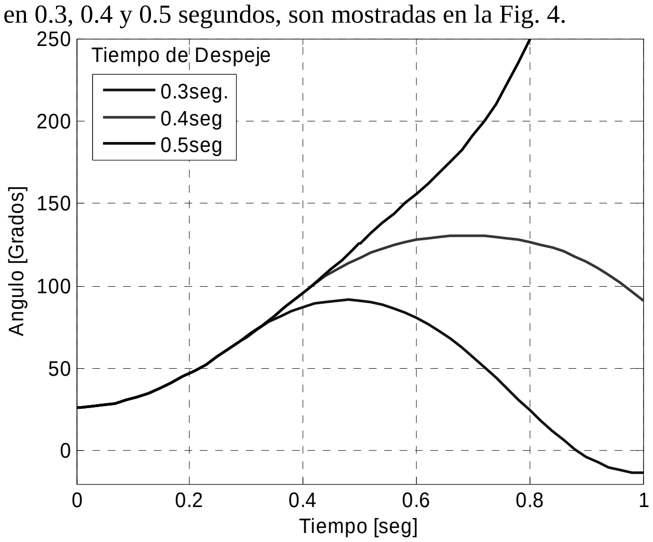

Fig. 4. Curvas de oscilación para el sistema de una sola máquina obtenida de la simulación con el modelo en SIMULINK™. Tiempos de despeje de falla de 0.3, 0.4 y 0.5 segundos.

De la Fig. 4, se observa que t_c = 0.4 segundos es el tiempo critico para el despeje de falla. Tiempos mayores de despeje producen inestabilidad del sistema. La curva de oscilación para t_c = 0.5 segundos muestra que el ángulo de potencia se incrementa sin limite, por ello el sistema es inestable para este tiempo de falla.

V. CONCLUSIONES

Este articulo ha presentado la implementación de un programa en MATLAB™ y un modelo en SIMULINK™, para resolver la ecuación de oscilación de una maquina contra una barra de potencia infinita durante una perturbación. En particular las simulaciones para una perturbación por falla debido a cortocircuito trifásico en el sistema de transmisión con su respectivo despeje exitoso, muestran que hay un tiempo critico de despeje, a partir del cual la maquina pierda estabilidad.