

-Entrenamiento Basico - Nivel VII : Flujo de Potencia DigSILENT PowerFactory



Francisco M. Gonzalez-Longatt
Diciembre 2004



- ENTRENAMIENTO BÁSICO -

Flujo de Potencia: Introducción

- Introducción
- Tipos de Barra
- Circuitos Equivalente
- Metodo de Gauss-Seidel

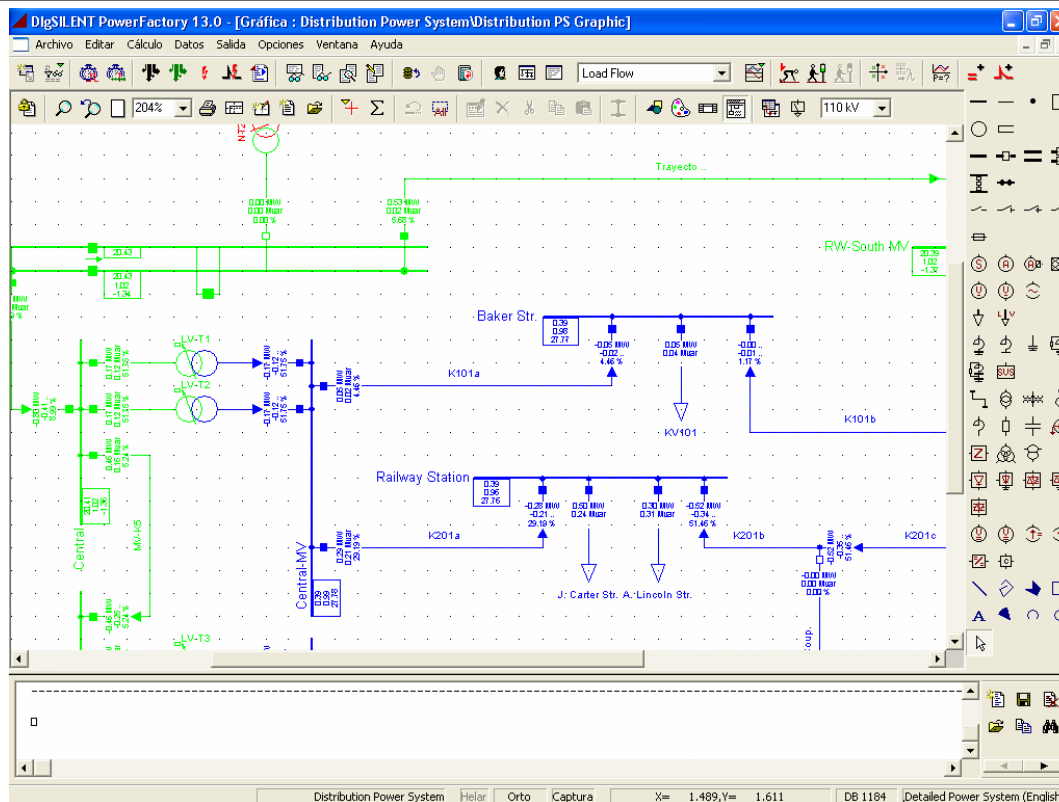
Francisco M. Gonzalez-Longatt

fglongatt@ieee.org

Maracay, 2004

1. Introducción

- El problema del flujo de potencia, consiste en el cálculo de los voltajes de barra y los flujos de potencia por los elementos ramas, una vez que la topología, impedancias, carga y generadores han sido especificados



1. Introducción

- Asociado con cada barra existen cuatro cantidades:
- La potencia real (P) y la potencia reactiva (Q) que se inyectan a la red a través de dicha barra;
- La magnitud del voltaje ($|V|$) de barra y su ángulo (δ).

2. Tipos de Barra

- Las barras del sistema se clasifican en tres tipos y para cada una, dos de las cuatro cantidades se especifican, siendo las otras dos incógnitas

Tipo de Barra	$ V $	δ	P	Q
Carga: P-Q	I	I	D	D
Generación: P-V	D	I	D	I
Oscilante	D	D	I	I

D: Dato Conocido

I: Variable Incógnita

3. Metodo de Newton-Raphson

- El *método de Newton-Raphson*, requiere un especial interés, debido a que su implementación es un poco más compleja que la de los *métodos iterativos de Gauss-Seidel y Gauss-Jacobi*.

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- En las ecuaciones de potencia en coordenadas rectangulares (P_k y Q_k) se observa que para cada barra, se tienen como incógnitas la parte real y la parte imaginaria de la tensión en la barra (a_k y b_k).
- Para la aplicación del método de Newton-Raphson, es necesario conocer el valor de la función como una constante.

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- Para la aplicación del método de Newton-Raphson, es necesario conocer el valor de la función como una constante.

$$C - C^{(i)} = \left[\vec{\partial} \vec{F}(\vec{x}) \right] \Delta \vec{x}^{(i)}$$

$$C - C^{(i)} = J^{(i)} \Delta \vec{x}^{(i)}$$

- Donde, $J^{(i)}$, es el *Jacobiando* de la función $\vec{F}(\vec{x})$

$$J^{(i)} = \vec{\partial} \vec{F}(\vec{x})$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- En las Barra de carga, tipo P-Q, las variables serán la parte real e imaginaria de la tensión.
- En el caso de las barras de generación (P-V) la potencia total inyectada a la barra y el módulo de la tensión son conocidos. Por tanto, las ecuaciones requeridas son:

$$P_k = G_{kk} |V_k|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n a_k (G_{kk} a_j + B_{kk} b_j) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n b_k (G_{kj} b_j - B_{kj} a_j)$$

$$Q_k = B_{kk} |V_k|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n a_k (B_{kj} a_j + G_{kj} b_j) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n b_k (G_{kj} a_j - B_{kj} b_j)$$

$$|V_k^{(i)}|^2 = [a_k^{(i)}]^2 + [b_k^{(i)}]^2$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- Para los cálculos en el estudio de flujo de carga se tiene:

$$\vec{C} - F(\vec{X}^{(i)}) = \Delta P_k$$

$$\vec{C} - F(\vec{X}^{(i)}) = \Delta |V_k|^2$$

$$\vec{C} - F(\vec{X}^{(i)}) = \Delta Q_k$$

- Cualquiera de las tres expresiones anteriores puede ser empleada en función del tipo de barra atacada. Donde:

$$\Delta P_k = P_k^{\text{esp}} - P_k^{\text{calc}}$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{\text{esp}} - Q_k^{\text{calc}}$$

$$\Delta |V_k|^2 = |V_k^{\text{esp}}|^2 - |V_k^{\text{calc}}|^2$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- En el caso de un sistema de "n" barras, el problema consta de $(2n-1)$ ecuaciones con $(n-1)$ incógnitas.
- En el estudio de flujo de carga siempre es preciso que una barra del sistema sea del tipo oscilante o de compensación.
- Suponga que la barra "1" es la barra de compensación (*slack bus*) y que de las "n" barras del sistema "p" son del tipo PV.
- El sistema de ecuaciones de flujo de carga que pueden ser planteadas resulta ser:

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- El sistema de ecuaciones de flujo de carga que pueden ser planteadas resulta ser:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \Delta P_2 = \frac{\partial P_2}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial P_2}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial P_2}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial P_2}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \Delta P_3 = \frac{\partial P_3}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial P_3}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial P_3}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial P_3}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial P_3}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial P_3}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \vdots \\
 \Delta P_n = \frac{\partial P_n}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial P_n}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial P_n}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial P_n}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \Delta Q_2 = \frac{\partial Q_2}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial Q_2}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial Q_2}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial Q_2}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial Q_2}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial Q_2}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \Delta Q_3 = \frac{\partial Q_3}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial Q_3}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial Q_3}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial Q_3}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial Q_3}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial Q_3}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \vdots \\
 \Delta Q_n = \frac{\partial Q_n}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial Q_n}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial Q_n}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial Q_n}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial Q_n}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \Delta |V_k|^2 = \frac{\partial |V_k|^2}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial |V_k|^2}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial |V_k|^2}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial |V_k|^2}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial |V_k|^2}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial |V_k|^2}{\partial b_n} \Delta b_n \\
 \Delta |V_h|^2 = \frac{\partial |V_h|^2}{\partial a_2} \Delta a_2 + \frac{\partial |V_h|^2}{\partial a_3} \Delta a_3 + \dots + \frac{\partial |V_h|^2}{\partial a_n} \Delta a_n + \frac{\partial |V_h|^2}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial |V_h|^2}{\partial b_3} \Delta b_3 + \dots + \frac{\partial |V_h|^2}{\partial b_n} \Delta b_n
 \end{array} \right.$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- Nótese que la primera barra de carga (PQ) es la 2, y la última es la j, por su parte y la primera barra de generación (PV) es la k y la última es la h.
- Este sistema de ecuaciones puede ser escrito en forma matricial, denotado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta |V|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix}$$

- Expresiones genéricas de cada submatriz del Jacobiano J_1, \dots, J_6 pueden ser encontradas.

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- $J_1:$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_k}{\partial a_k} = 2a_k G_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n a_k (G_{kk} a_j + B_{kk} b_j) \\ \frac{\partial P_k}{\partial a_j} = 2a_k G_{kj} - b_k B_{kj} \end{array} \right.$$
- $J_2:$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P_k}{\partial b_k} = 2b_k G_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (G_{kk} b_j + B_{kj} a_j) \\ \frac{\partial P_k}{\partial b_j} = a_k B_{kj} + b_k G_{kj} \end{array} \right.$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

• $J_3:$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q_k}{\partial a_k} = 2a_k B_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (B_{kj} a_j + G_{kj} b_j) \\ \frac{\partial Q_k}{\partial a_j} = b_k B_{kj} + a_k G_{kj} \end{array} \right.$$

• $J_4:$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Q_k}{\partial b_k} = 2b_k B_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (G_{kj} a_j + B_{kj} b_j) \\ \frac{\partial Q_k}{\partial a_j} = b_k B_{kj} + a_k G_{kj} \end{array} \right.$$

3. N-R Coordenadas Rectangulares

- $J_5:$
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial |V_k|^2}{\partial b_j} = 0 \\ \frac{\partial |V_k|^2}{\partial b_k} = 2b_k \end{array} \right.$$

3. N-R Coordenadas Polares

- Cuando se escriben las ecuaciones de flujo de carga para un sistema en coordenadas polares estas resultan ser:

$$V_k = |V_k| \angle \delta_k$$

$$V_j = |V_j| \angle \delta_j$$

$$Y_{kj} = |Y_{kj}| \angle \theta_{kj}$$

$$P_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_k| |V_j| |Y_{kj}| \cos(\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k)$$

$$Q_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_k| |V_j| |Y_{kj}| \text{sen}(\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k)$$

$$\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k = -(\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k)$$

3. N-R Coordenadas Polares

- En las barras de carga (P-Q), se encuentran especificadas la potencia activa y reactiva inyectada a la barra (P_k , Q_k), cumpliéndose que:

$$P_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_k| |V_{kj}| |Y_{kj}| \cos(\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k) = f_k(x)$$

$$Q_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_k| |V_{kj}| |Y_{kj}| \text{sen}(\theta_{kj} + \delta_j - \delta_k) = g_k(x)$$

3. N-R Coordenadas Polares

- En el caso de los sistemas de potencia el vector x se transforma en:

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}$$

- Resultando:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k^{(i)} \\ \Delta Q_k^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V^{(i)} \\ \Delta \delta^{(i)} \end{bmatrix}$$

3. N-R Coordenadas Polares

- $J_1:$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \end{bmatrix}$$

- $J_2:$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_1} & & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

3. N-R Coordenadas Polares

- $J_3:$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial V_1} & & \frac{\partial Q_n}{\partial V_n} \end{bmatrix}$$

- $J_4:$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_1} & & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

3. N-R Coordenadas Polares

- donde:

$$\Delta Q_k^{(i)} = Q_k - Q_k^{(i)}$$

$$\Delta P_{k(i)} = P_k - P_k^{(i)}$$

$$P_k^{(i)} = f_k(\vec{X}^{(i)})$$

$$Q_k^{(i)} = g_k(\vec{X}^{(i)})$$

$$\vec{X}^{(i)} = \begin{bmatrix} V_1^{(i)} \\ V_2^{(i)} \\ \vdots \\ V_n^{(i)} \\ \delta_1^{(i)} \\ \delta_2^{(i)} \\ \vdots \\ \delta_n^{(i)} \end{bmatrix}$$

3. N-R Coordenadas Polares

- $J_1:$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = 2|V_k||Y_{kk}|\cos(\theta_{kk}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_j||Y_{kj}|\cos(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_j} = |V_k||Y_{kj}|\cos(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

- $J_2:$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_j||V_k||Y_{kj}|\text{sen}(\delta_k - \theta_{kj} - \delta_j)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_j} = |V_k||V_j||Y_{kj}|\text{sen}(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

3. N-R Coordenadas Polares

- J_3 :

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -2|V_k||Y_{kk}|\text{sen}(\theta_{kk}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_j||Y_{kj}|\text{sen}(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

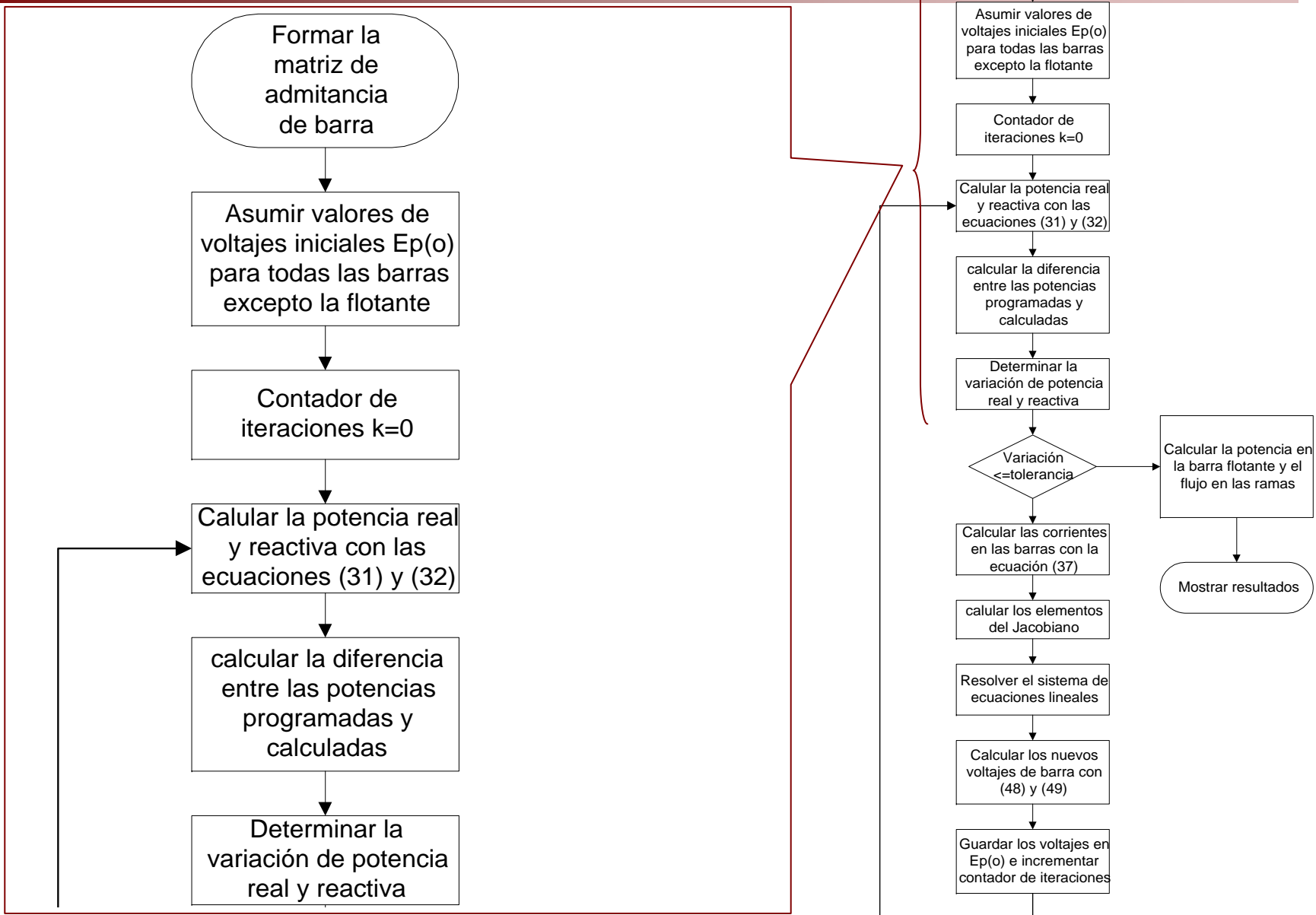
$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_j} = |V_j||Y_{kj}|\text{sen}(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

- J_4 :

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n |V_j||V_k||Y_{kj}|\text{cos}(\delta_k - \theta_{kj} - \delta_j)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_j} = -|V_k||V_j||Y_{kj}|\text{cos}(\delta_k - \delta_j - \theta_{kj})$$

3. Diagrama de Flujo N-R



3. Diagrama de Flujo N-R

